DESCRIPTORES Y MOMENTOS MORFOLOGICOS

Verónica Bahamondes.
Sebastian Fernández.
Alex Córdova.

Análisis de Forma

- Perimeter and convex perimeter
- Major and Minor axes
- Compactness
- Elongation
- Eccentricity
- Circularity or Roundness
- Sfhericity
- Convexity
- Solidity
- Shape variances
- Circular variance
- Elliptic variance

Perimetro y perimetro convexo

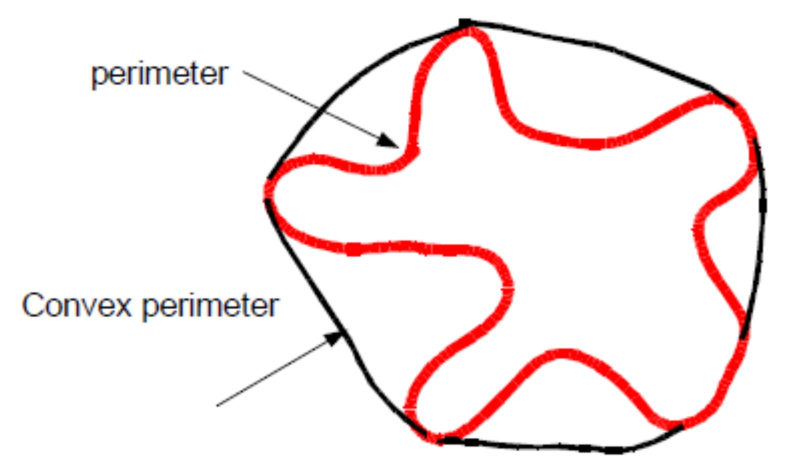
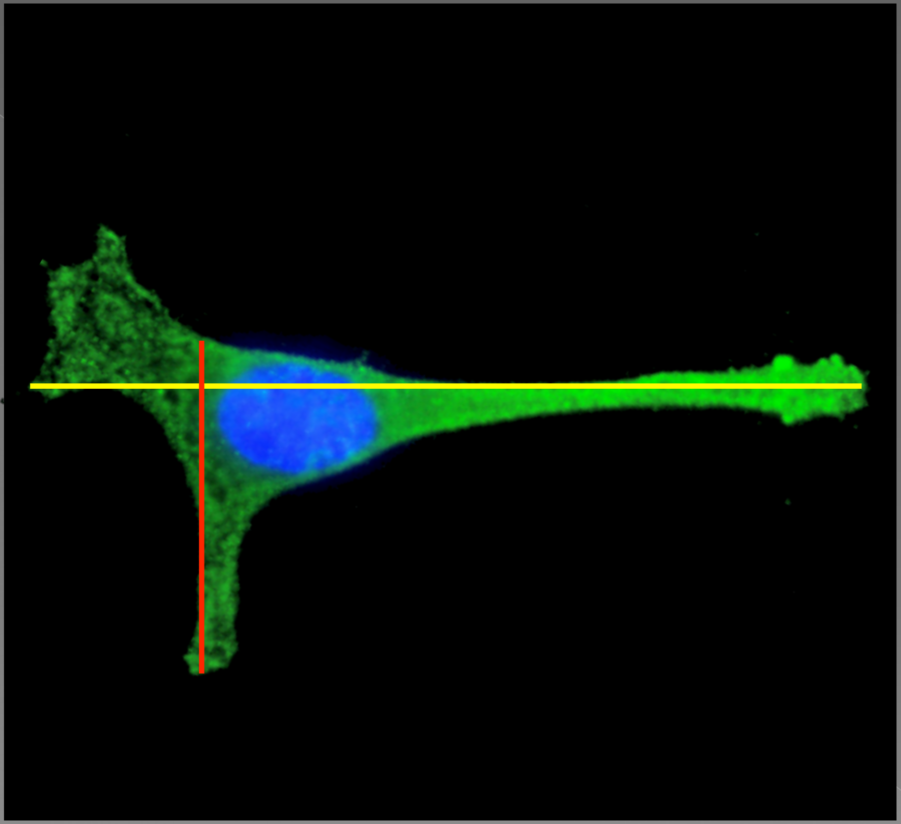


Figure 4.1 object perimeter and convex perimeter

Perímetro: Corresponde al número de pixeles que conforman el borde de la región.
Perímetro convexo: Corresponde a la envolvente convexa de un objeto.

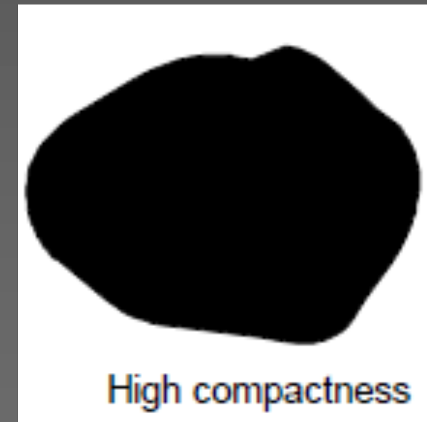
Major and Minor axes



Eje mayor/Eje menor = $\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

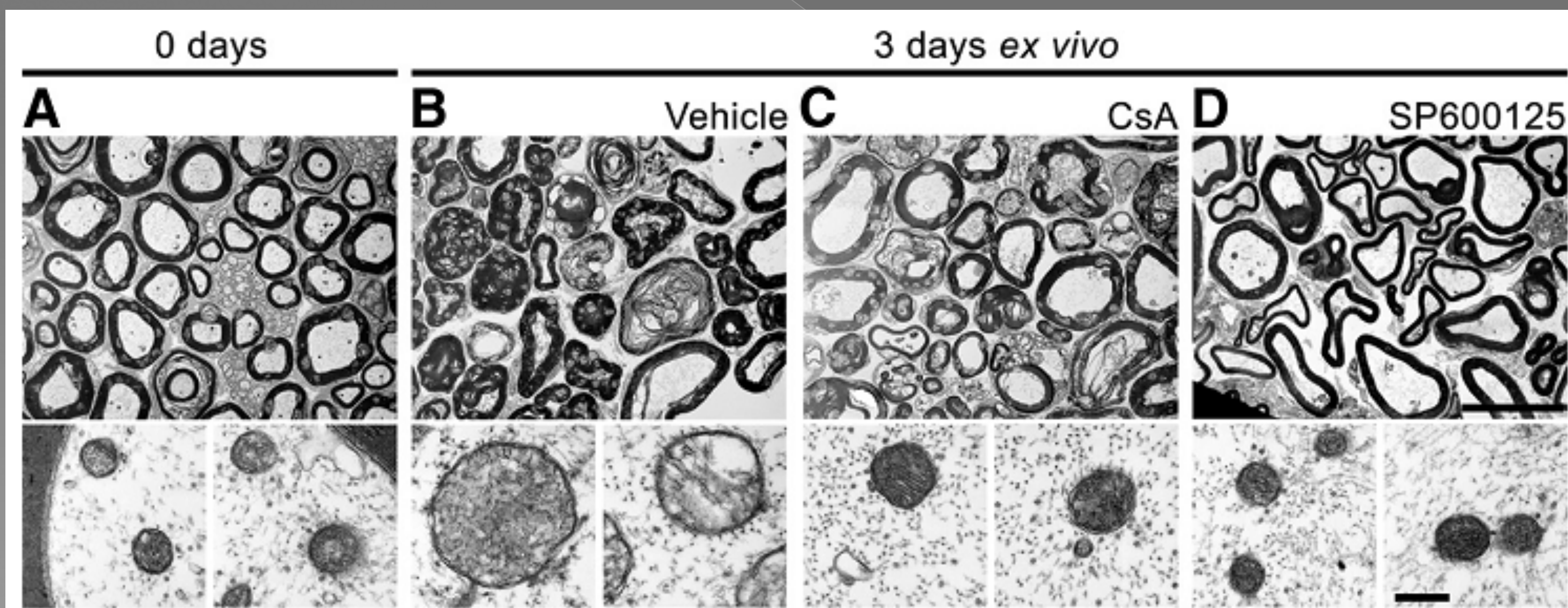
Compactación

Compactación= $\dfrac{\mathbf{4\ \ *\ área}}{\mathbf{(perímetro)^2}}$



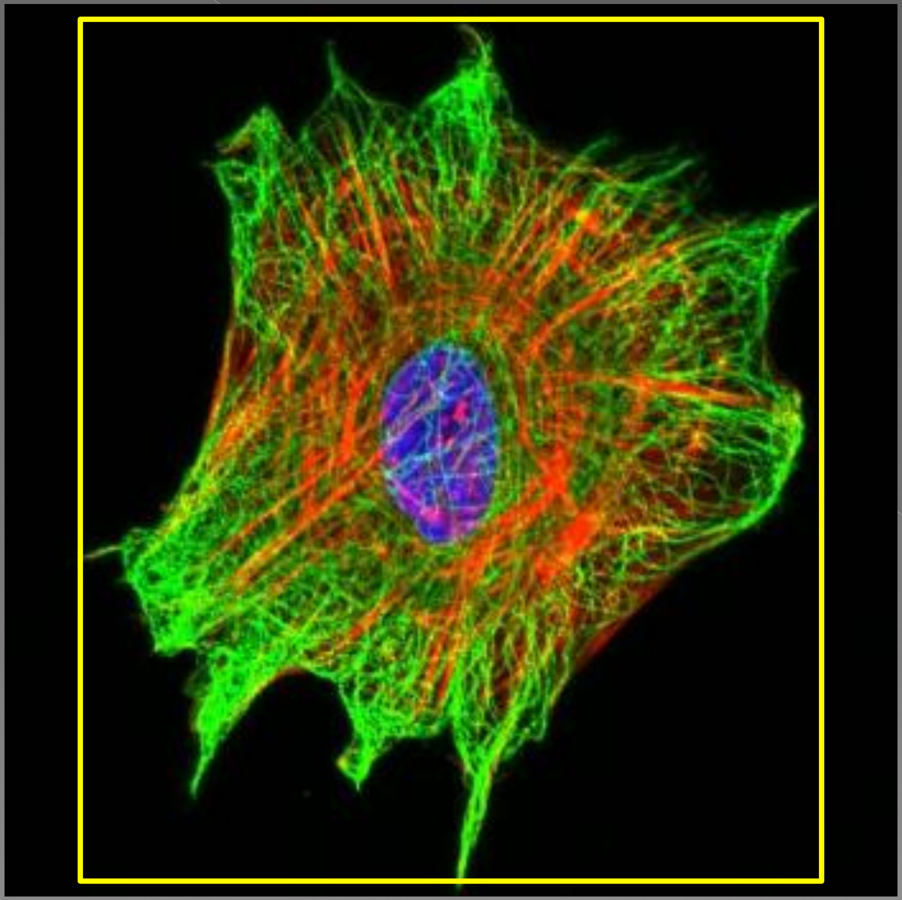
Compactación= $\dfrac{\text{área de un objeto}}{\text{área de un círculo}}$

/4 = cuadrado **1 =** círculo

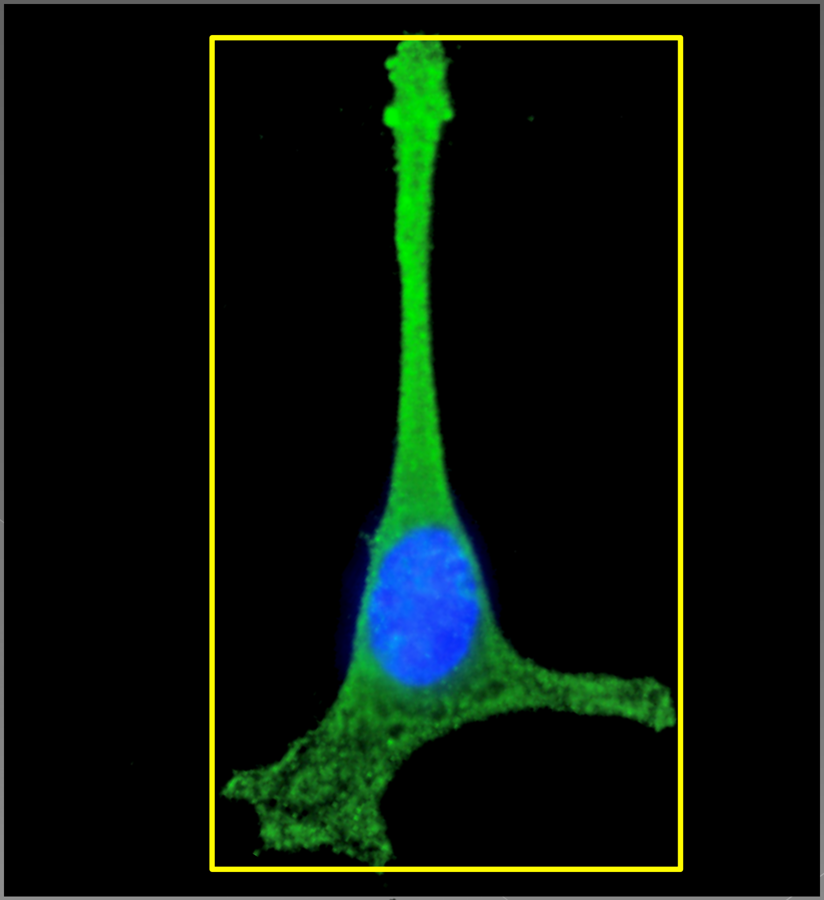


Elongación

$$\text{Elongación} = \frac{\text{ancho}}{\text{largo}}$$



Elongación: 0,86

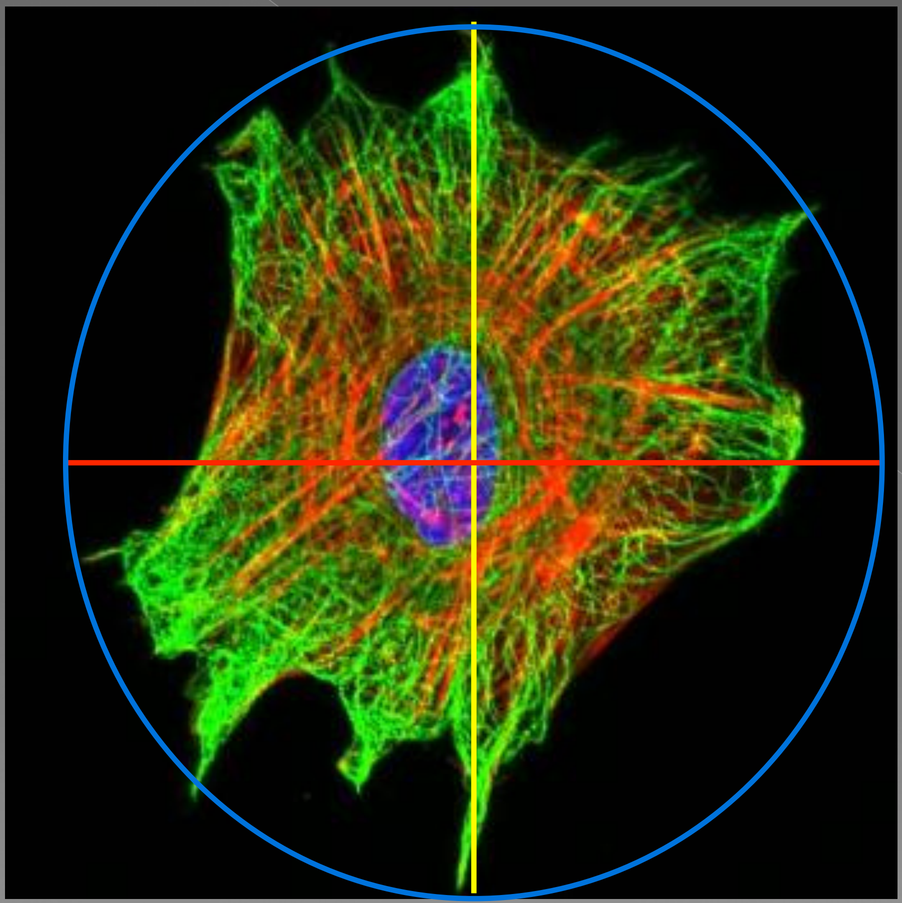


Elongación: 0,56

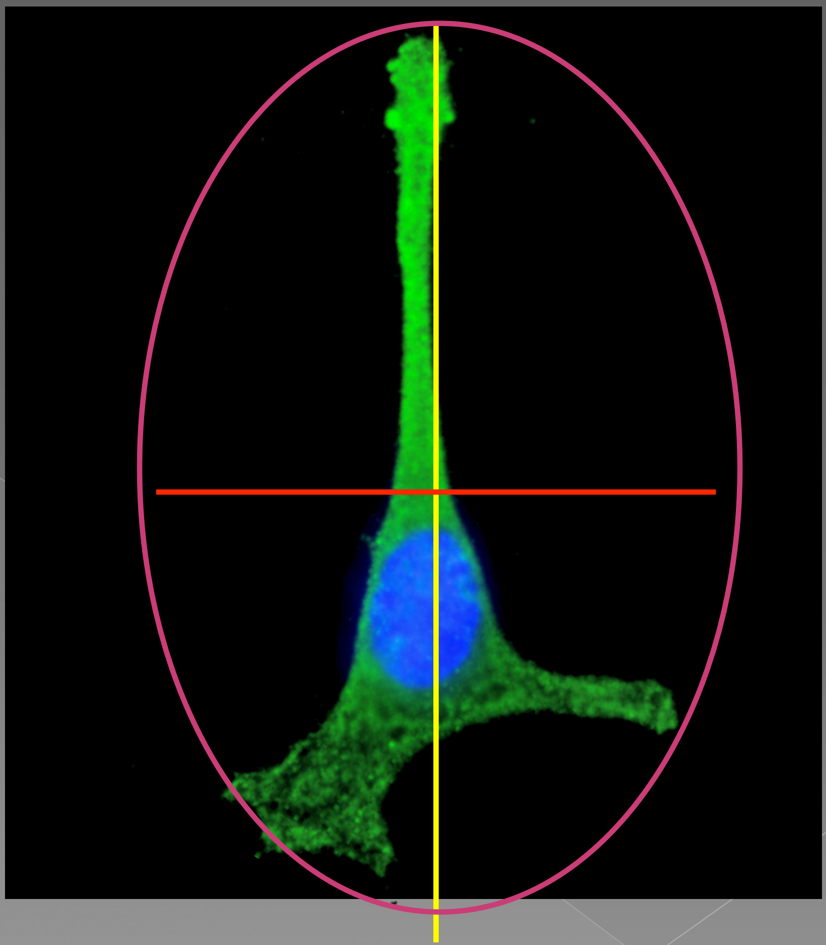
Excentricidad

$$\text{Excentricidad} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

a: semieje mayor, b: semieje menor.



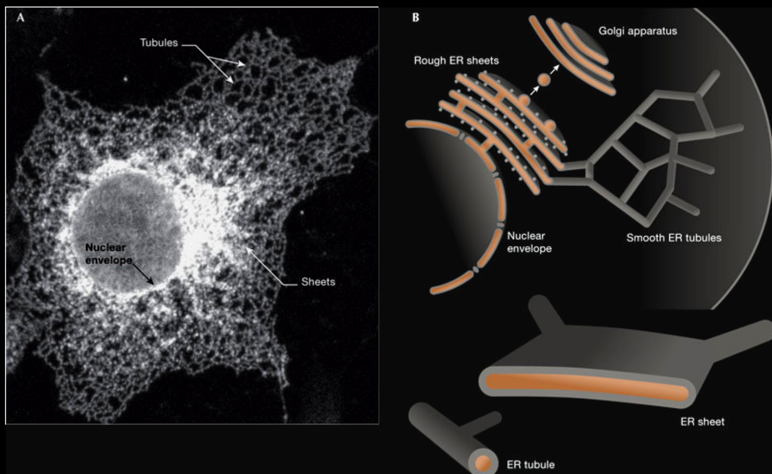
Excentricidad: 0,12

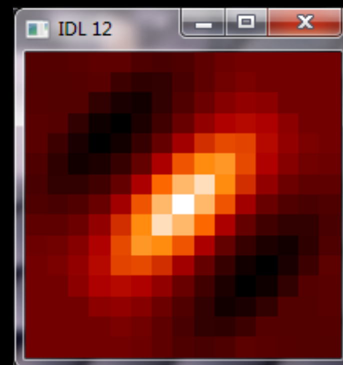


Excentricidad: 0,48

0: círculo **1:** elipse

Convolución con kernel laplaciano

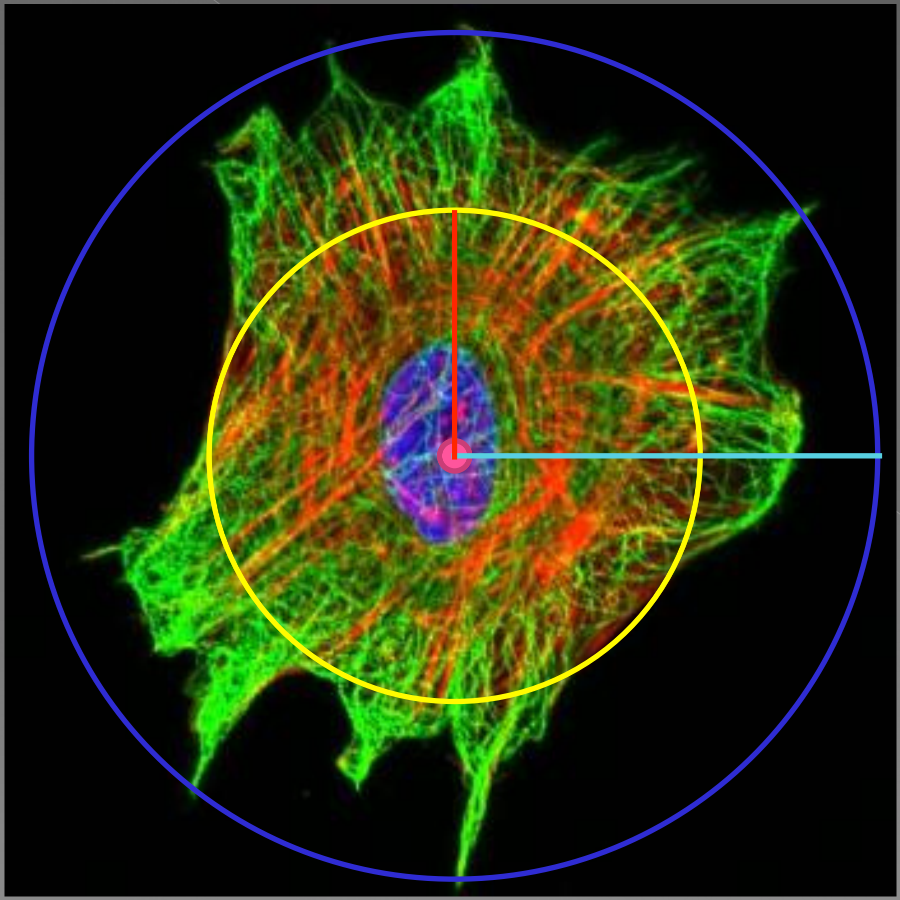




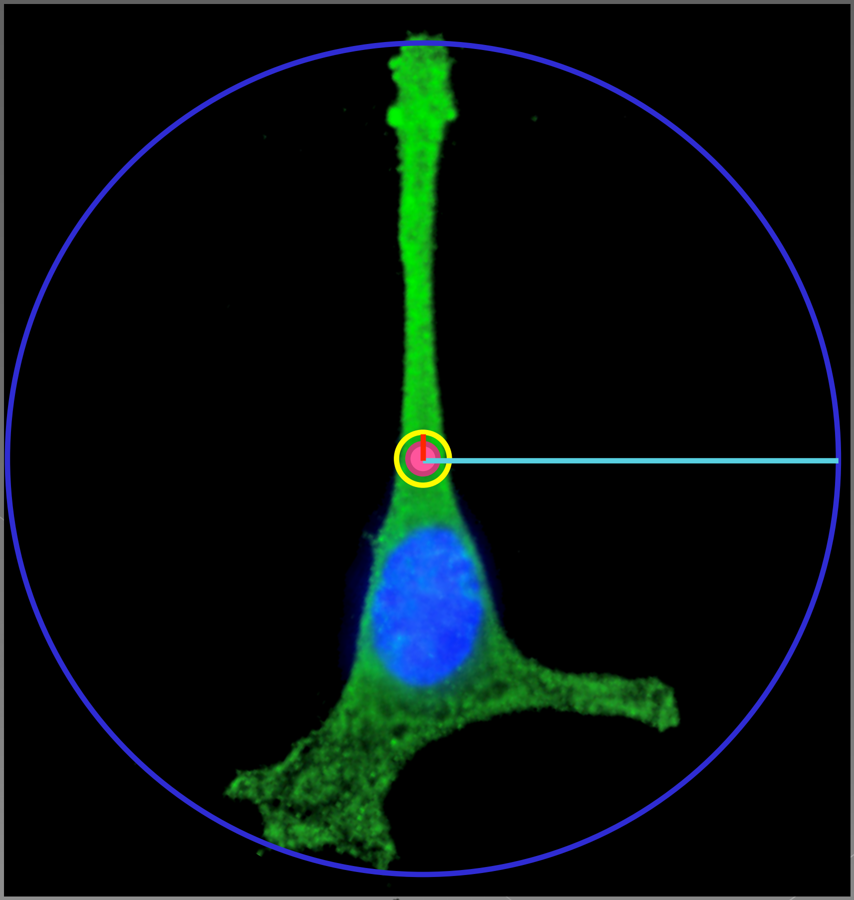
Tamaño del filtro 15
Excentricidad 0.25
Rotación theta 45°

Esfericidad

Esfericidad= $\frac{\textbf{radio círculo interno}}{\textbf{radio círculo externo}}$



Esfericidad: 0,58

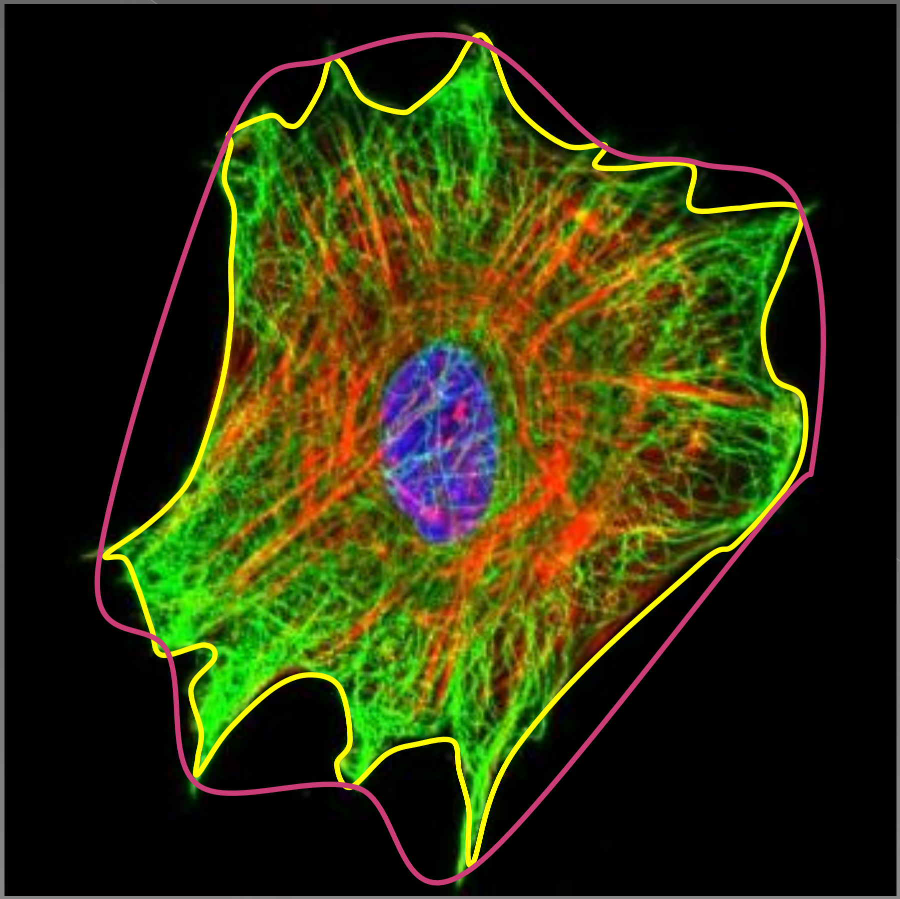


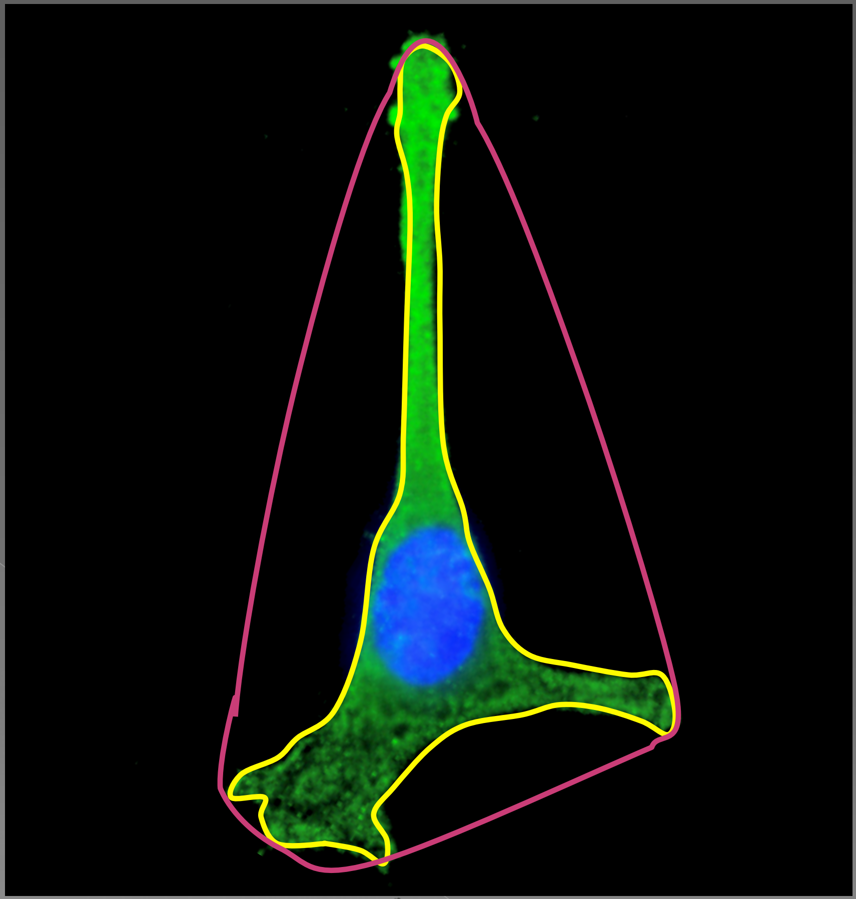
Esfericidad: 0,06

Para un círculo, el valor es 1

Convexidad

Convexidad= $\frac{\text{perímetro convexo}}{\text{perímetro}}$

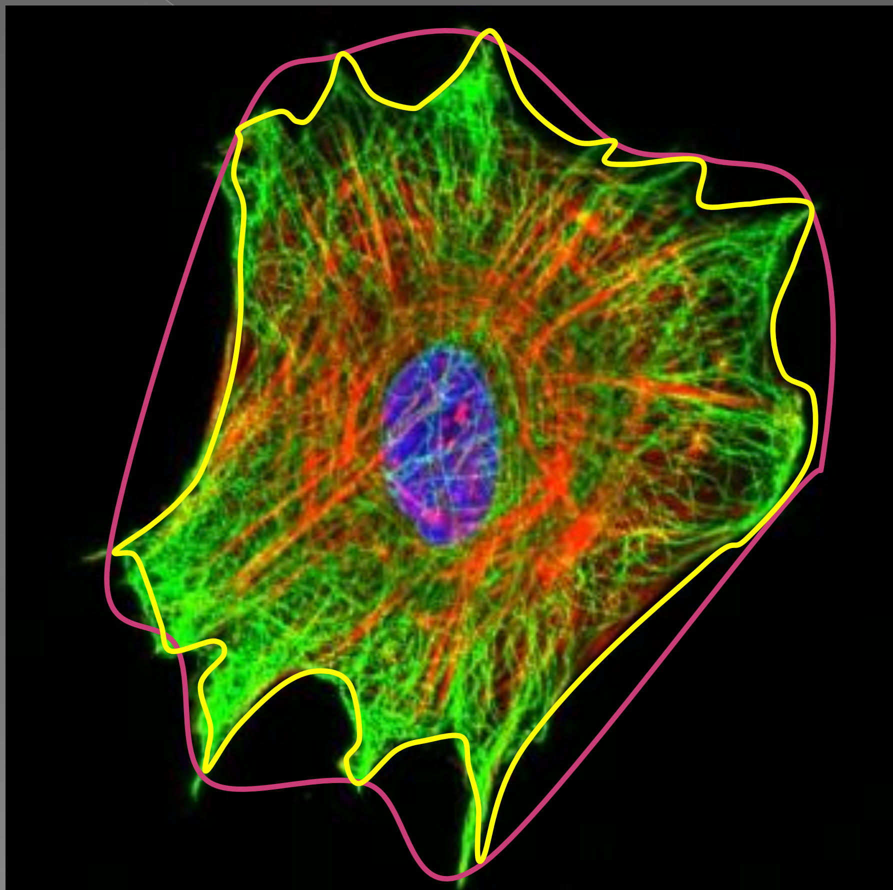




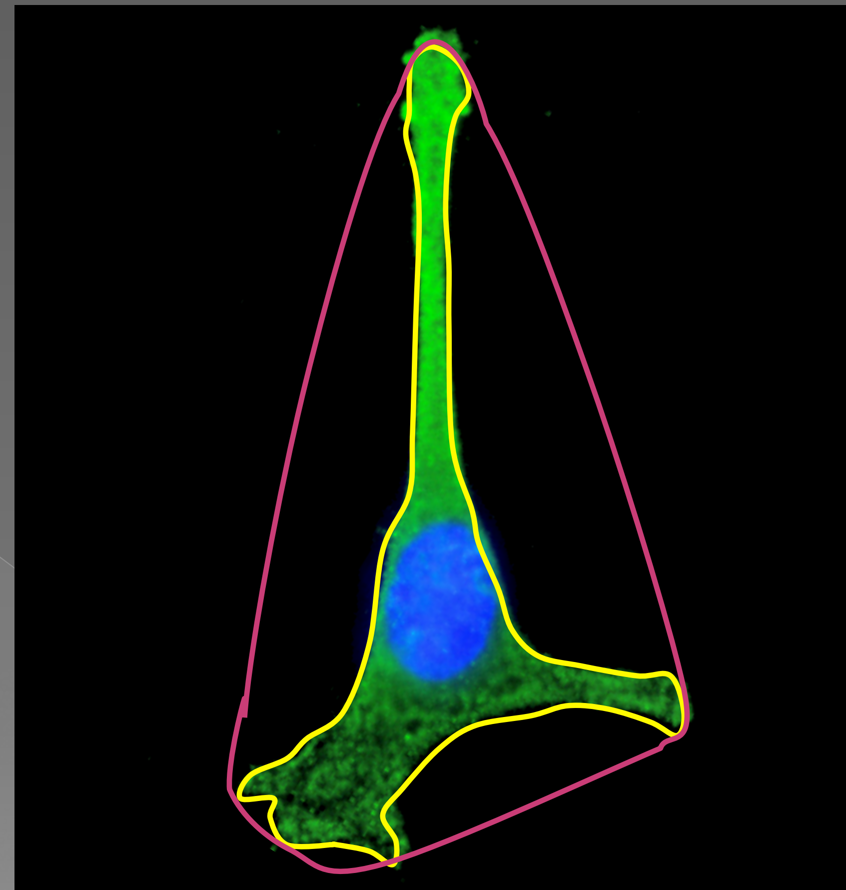
Para un círculo, el valor es 1

1.10 Solidity

$$\text{Solidez} = \frac{\text{área}}{\text{área convexa}}$$



Alta solidez



Baja solidez

Para un objeto o célula solida, el valor es 1. Si tiene perímetro rugoso, su valor es bajo.

Varianzas de forma

Varianza circular y elíptica:

Comparación con objeto de referencia (varianza del objeto en estudio con respecto al objeto de referencia)

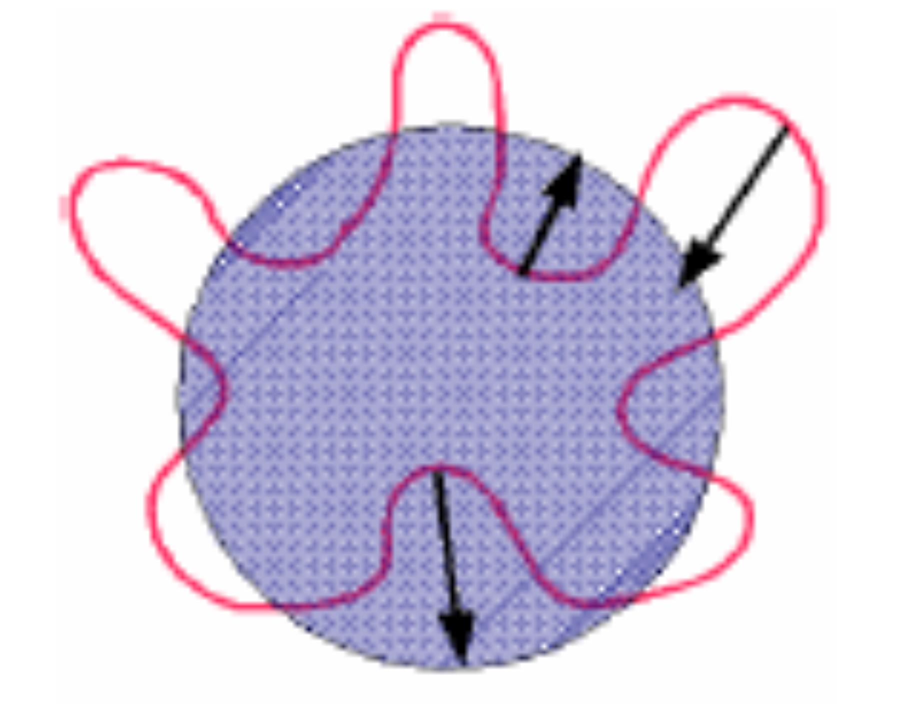


Figure 4.10 circular variance

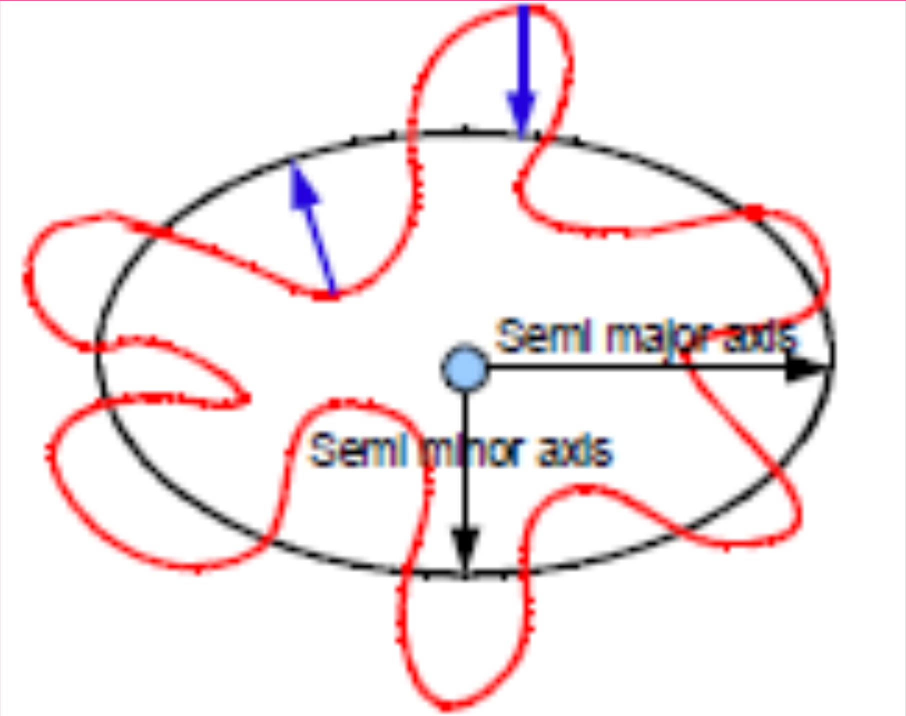
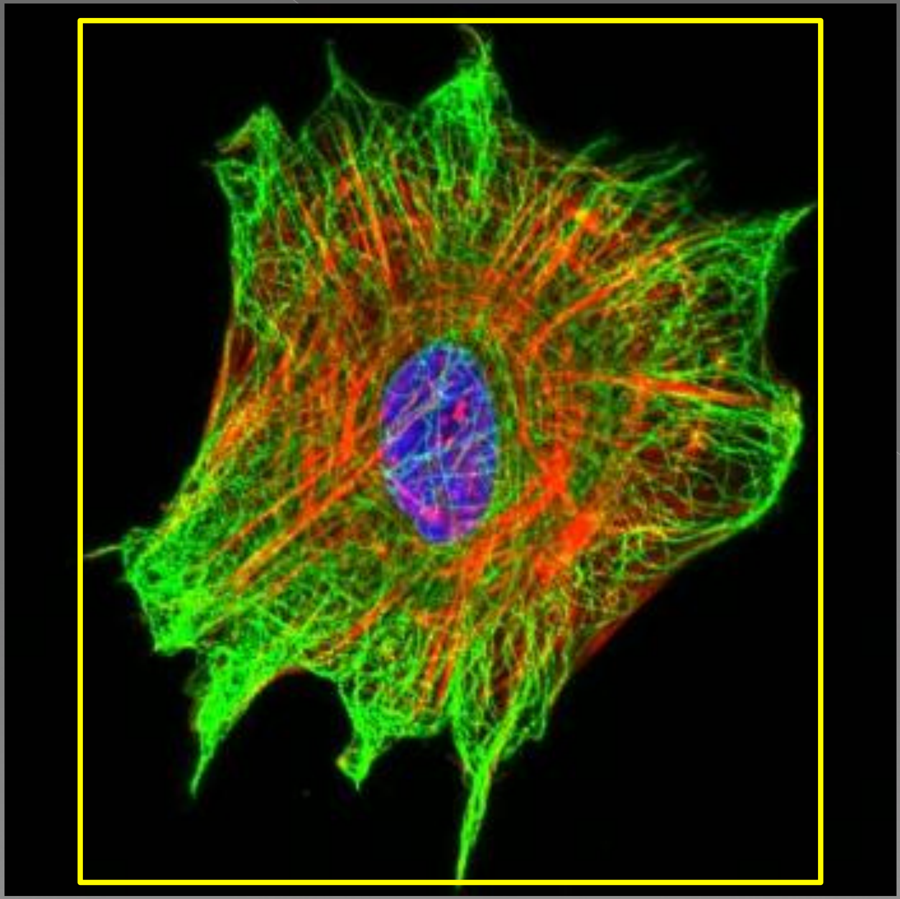


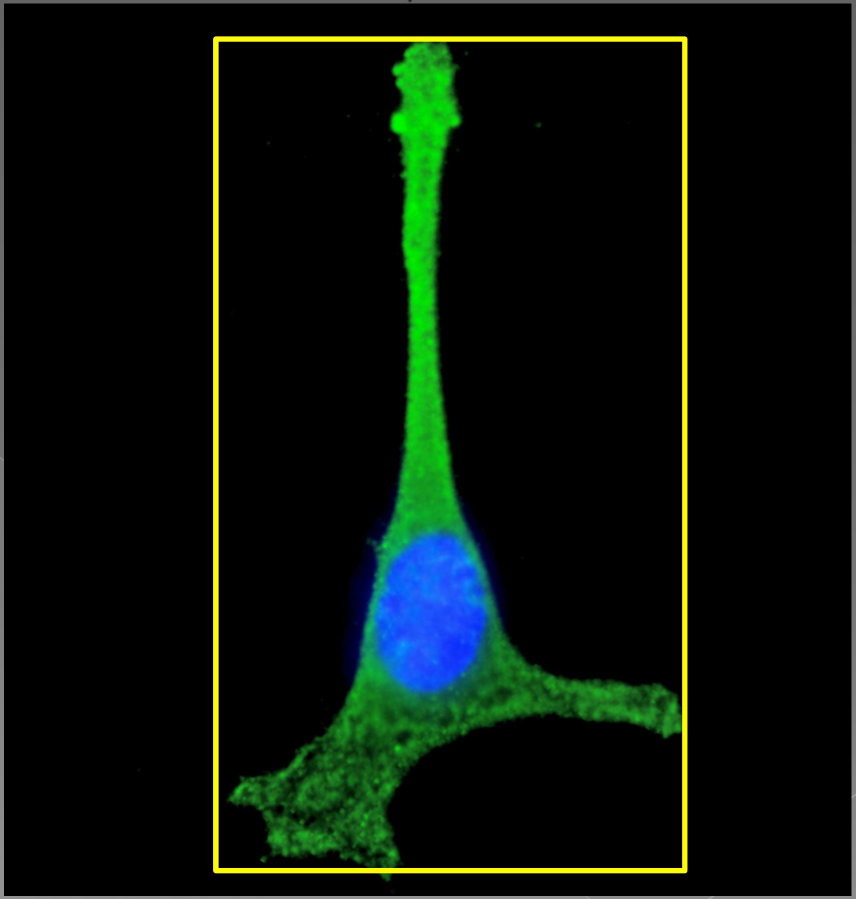
Fig 4.11 eliptic variance

Boundig Box

Área = largo eje mayor * largo eje menor



Área: 111,72



Área: 68,2

Célula comparada con objeto de referencia.

Descriptores Topológicos

Se utilizan como una forma de obtener información global de un objeto.

Entrega información sobre un plano de la imagen de un objeto

No es afectada por transformación, rotación o extensión.

Conexión de componentes y espacios son importantes.

Número EULER (E)= C (componentes conectados) – H (espacios)

Número EULER (E)= C (componentes conectados) – H (espacios)

$$E = C - H$$

En el ejemplo: E = 1- 1 = 0

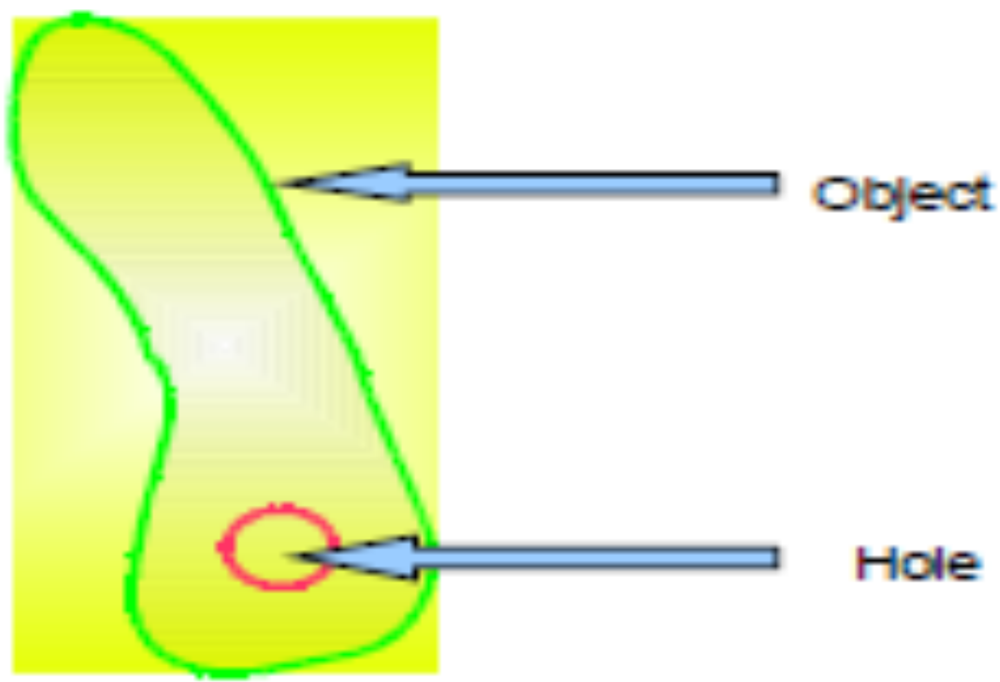


Figure 4.13 Euler number defined by number of connected components

Descriptores de vecindad

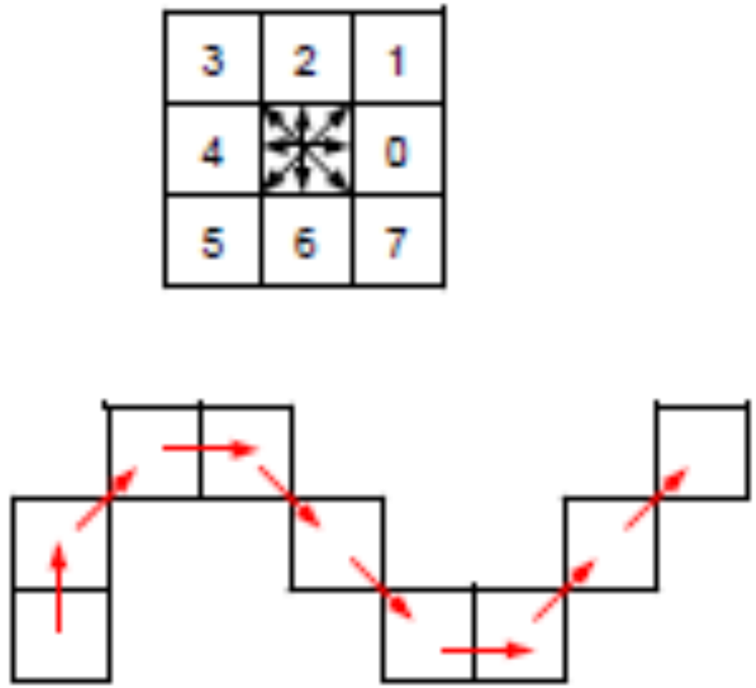


Figure 4.14 boundary descriptor

MOMENTOS DE MORFOLOGÍA

Valores propios vectores propios

Analizar un grupo de células se puede volver muy complejo si no sabemos bien como representar sus características cuantitativamente

Particularmente su forma u orientación espacial con respecto al resto requiere de una cuidadosa elección de parámetros.

Estos son los llamados Moments of Morphology *MOM*

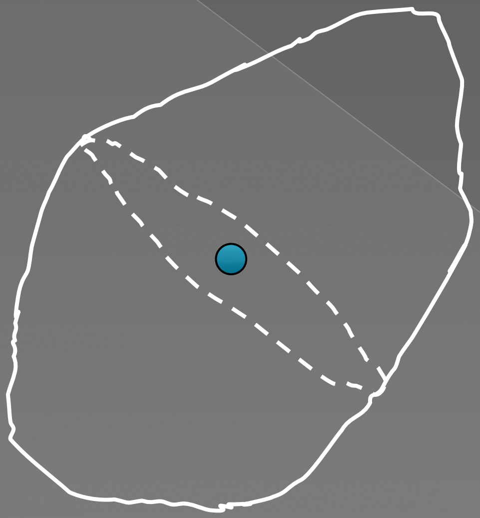
ACP

El uso de los *MOM* viene del **Análisis de Componentes Principales (ACP).** ACP es una técnica estadística de síntesis de información o reducción del número de variables:

> *Ante un banco de datos con muchas variables relacionadas entre sí, el objetivo será reducirlas a un menor número de variables no correlacionadas, perdiendo la menor cantidad de información posible.*

Estas variables no correlacionadas se denominan **Componentes principales** o ***Eigenvalues*** (valores propios).

Objetivo



Célula: Objeto de forma irregular

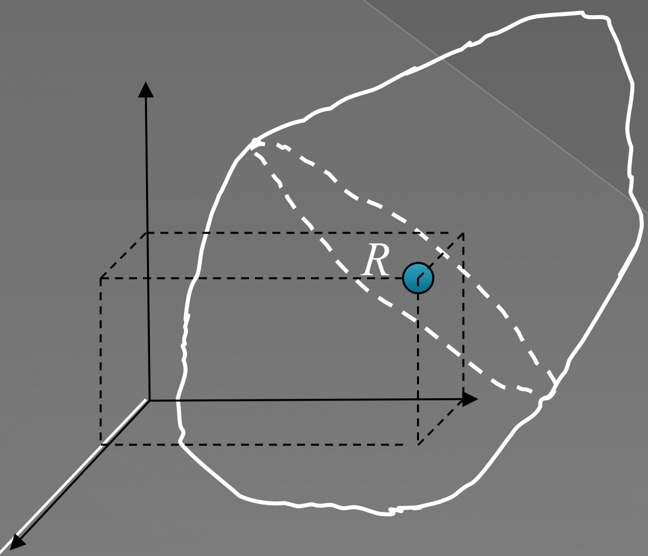
Descripción: Desde lo más evidente, o significativo, hasta llegar al nivel de detalle que nos interese abarcar.

En función de la forma del objeto, se calcula :

- Su **Centro de Masa**
- Se establecen los **Ejes Principales**

En relación a estos ejes se hacen mediciones de dispersión de la masa, parametrizando sus características topológicas y morfológicas.

Centro de Masa



En un principio, el programa se ubica en un sistema de referencia estándar

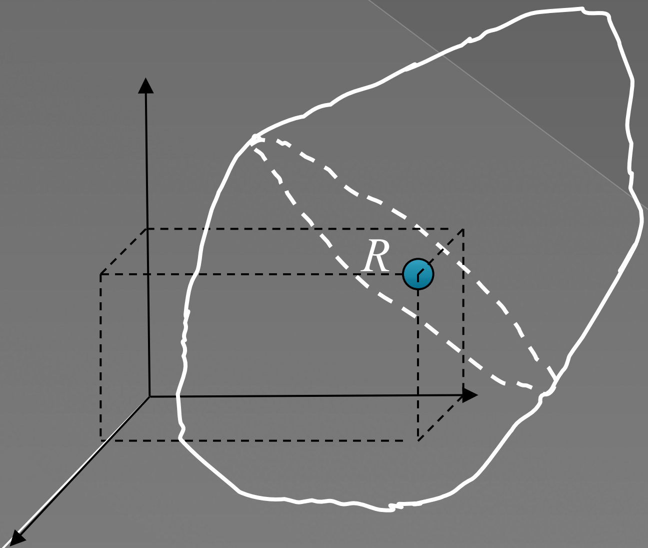
Para llevar este sistema al de los **ejes principales**, el primer parámetro a encontrar de nuestro objeto es la ubicación de su **Centro de Masa**

Promedio de las coordenadas de todos sus puntos para cada eje del sistema de referencia considerado.

$$R_x = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x}$$

Todos los ejes principales pasan por el centro de masas

Dispersión



Se translada el origen del sistema de referencia a R

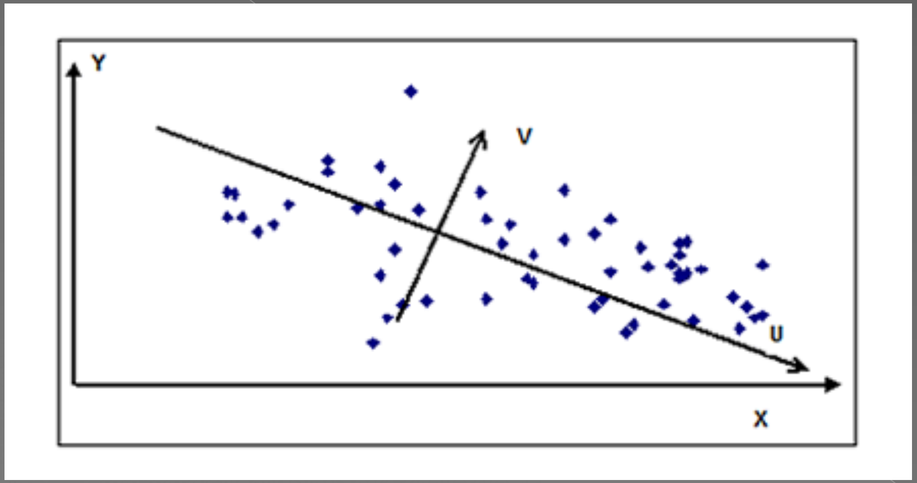
El segundo tipo de parámetro importante es cuantificar la dispersión de estos puntos, para lo cual utilizamos el concepto de **Varianza**:

Promedio de las coordenadas al cuadrado de todos los puntos

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$$

En el nuevo sistema centrado en R: Promedio de x : [illegible] x = 0

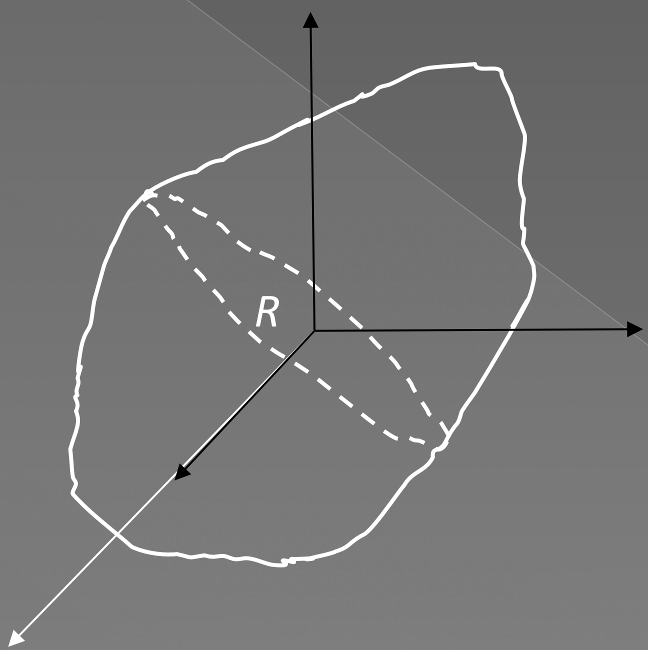
Varianza



En la nube de puntos, la varianza en X es mayor que en Y, pero si definimos los nuevos ejes U y V obtendremos la **máxima varianza** en U

Esta es la manera de encontrar los ejes principales de un objeto:

- El **Eje Principal** corresponde a aquel en la dirección a lo largo de la cual la **varianza sea máxima**
- El **Eje Secundario** será el que, siendo ortogonal al anterior, se ubique en la dirección que represente la mayor varianza de puntos
- El **Eje Terciario** será en dirección ortogonal a los otros dos.



Llevar nuestro sistema de coordenadas al de los ejes principales significa encontrar las direcciones en las cuales la varianza se maximiza

Varianza en 3D:

Matriz de Covarianza

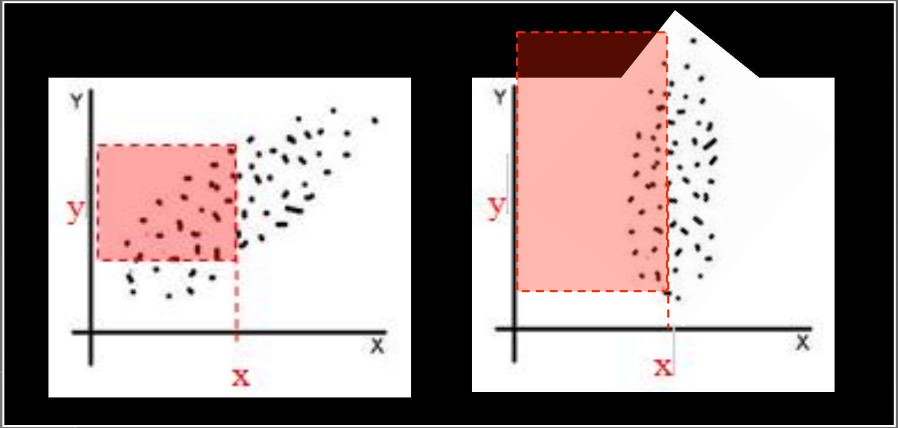
$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Elementos de la diagonal: σ_{ii} Varianza en coordenada *i*

Elementos combinados: σ_{ij} Co-varianza entre coordenadas *i* y *j*

Co-varianza

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{n}$$

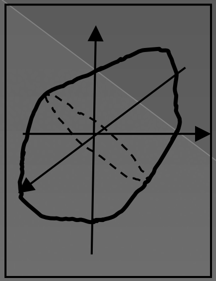


Covarianza positiva Covarianza cero

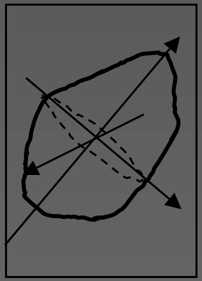
Su valor representa el **grado de correlación** entre una coordenada y otra en la forma del objeto

Será no nula cuando la coordenada **X** nos dé algún indicio de la coordenada **Y**

Para el sistema de los ejes principales, las covarianzas se ANULAN



Sistema estandar → Sistema Ejes principales



Varianzas y Covarianzas no nulas

Varianzas Máximas y Covarianzas nulas

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \rightarrow \sigma_{Diag} = \begin{bmatrix} \sigma_{x'x'} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{y'y'} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z'z'} \end{bmatrix}$$

DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES

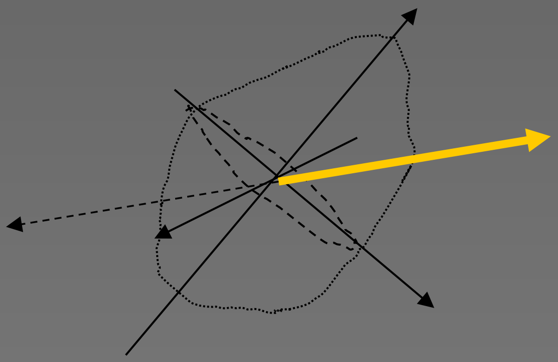
- El nuevo sistema es ortogonal
- Los elementos de la diagonal son las varianzas maximizadas y corresponden a los valores propios de la matriz
- Los vectores unitarios en dirección de los ejes en este sistema son los vectores propios de la matriz

Valores y Vectores Propios

Matemáticamente: Las matrices **TRANSFORMAN**

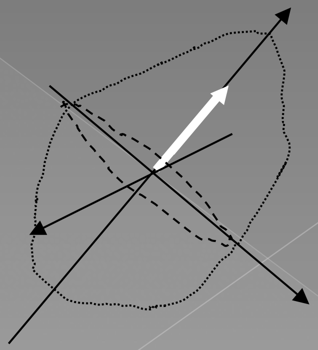
Un vector cualquiera cambia de dirección al ser multiplicado por una matriz

$$\left[M \right] \times \vec{v} = \vec{v}'$$



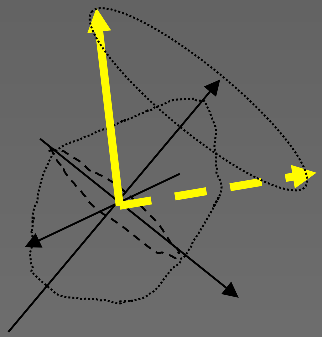
Un vector propio de la matriz ***M*** NO cambia de dirección, sólo es escalado por su respectivo valor propio $\boldsymbol{\lambda}$

$$\left[M \right] \times \vec{v}_i = \lambda_i \vec{v}_i$$

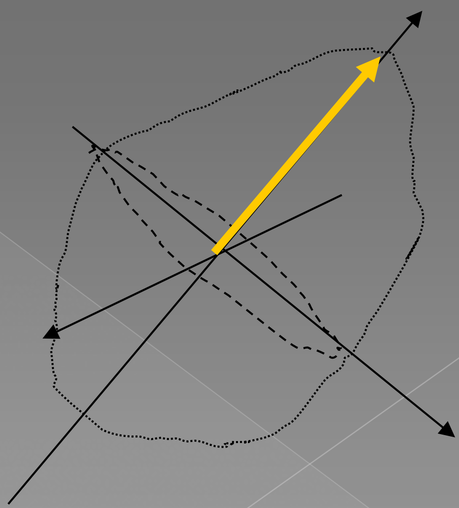


Vectores Propios

Entendiendo los ejes principales como de “rotación”, es mas simple visualizar porqué :



- Un vector en esa dirección es “propio”
- Existe un cierto grado de simetría en torno a los ejes principales
- A lo largo de estas direcciones tiene más sentido definir las dimensiones del objeto, como LARGO, ALTO y ANCHO.
- En base a los vectores propios se pueden calcular relaciones de orientación entre distintos objetos



Resumen

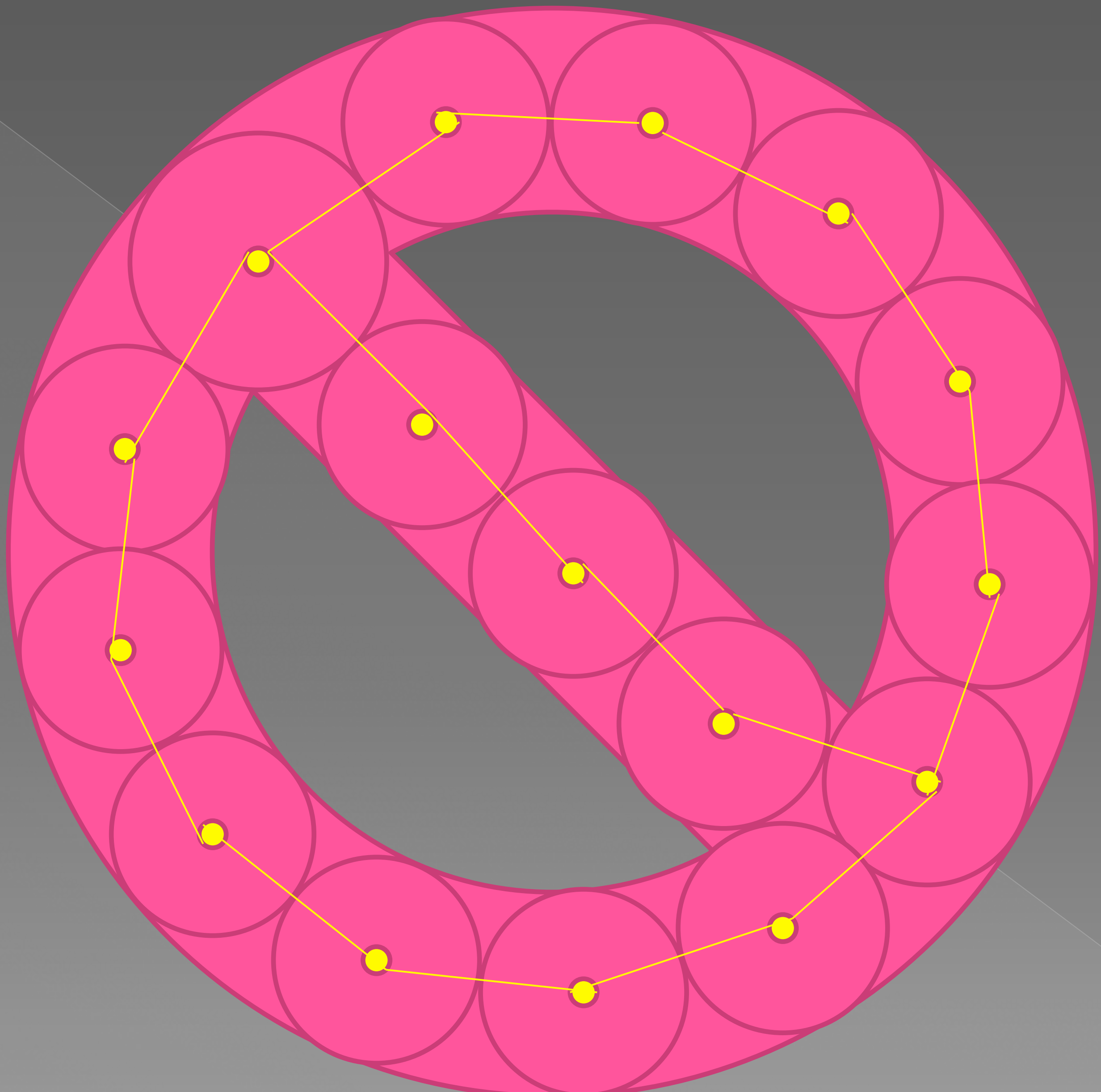
- La obtención del centro de masas nos permite ubicar espacialmente el ROI
- La varianza nos permite encontrar sus ejes principales (vectores propios) y cuantificar la dispersión en las direcciones de cada eje principal (valores propios)

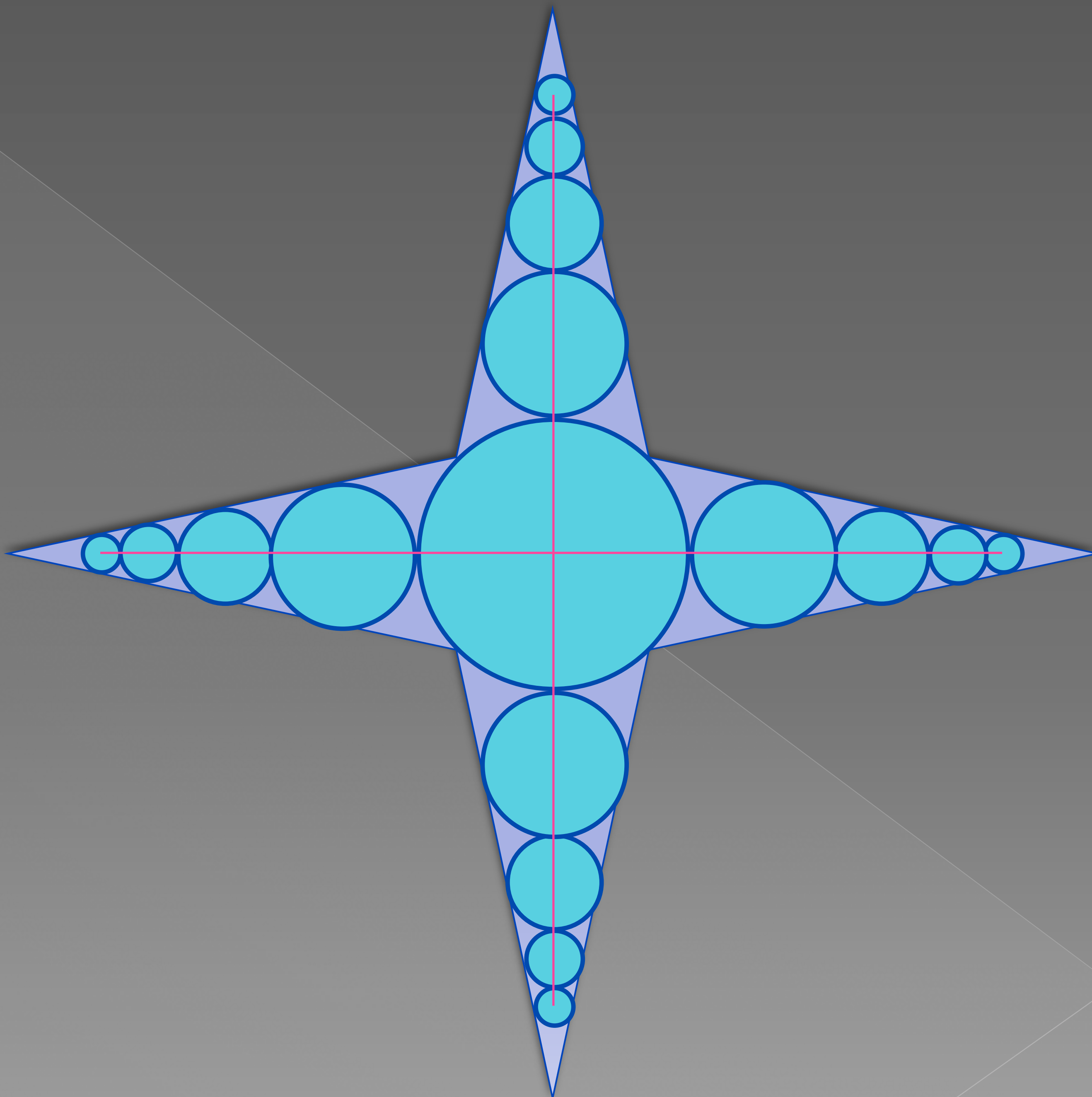
- La comparación entre valores propios nos entrega parámetros morfológicos como elongación y aplanamiento

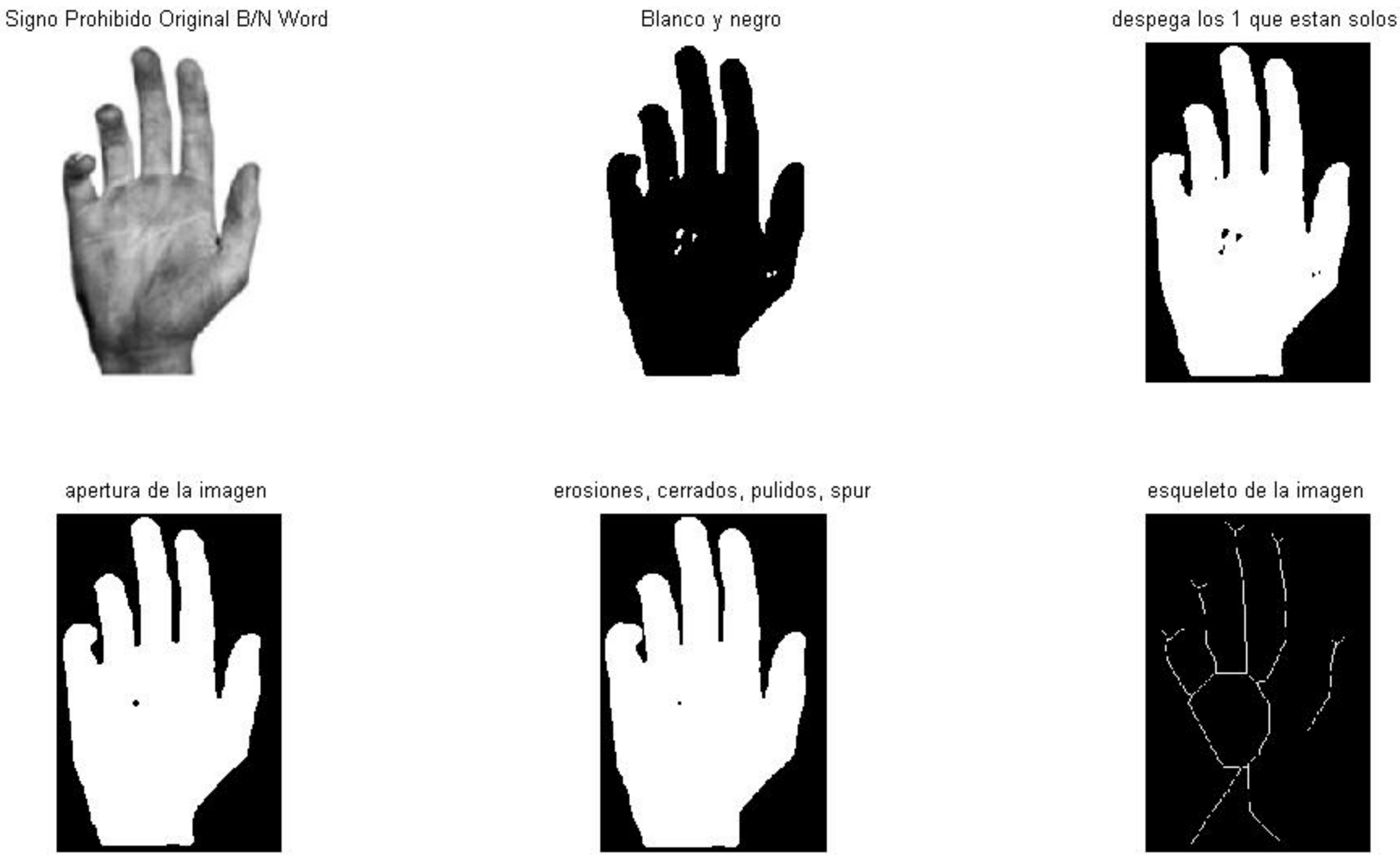
Ejercicios:

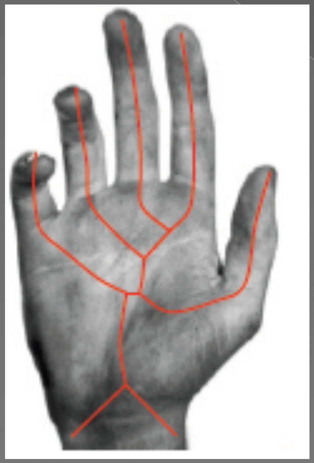
Topología en computación (skeletons).

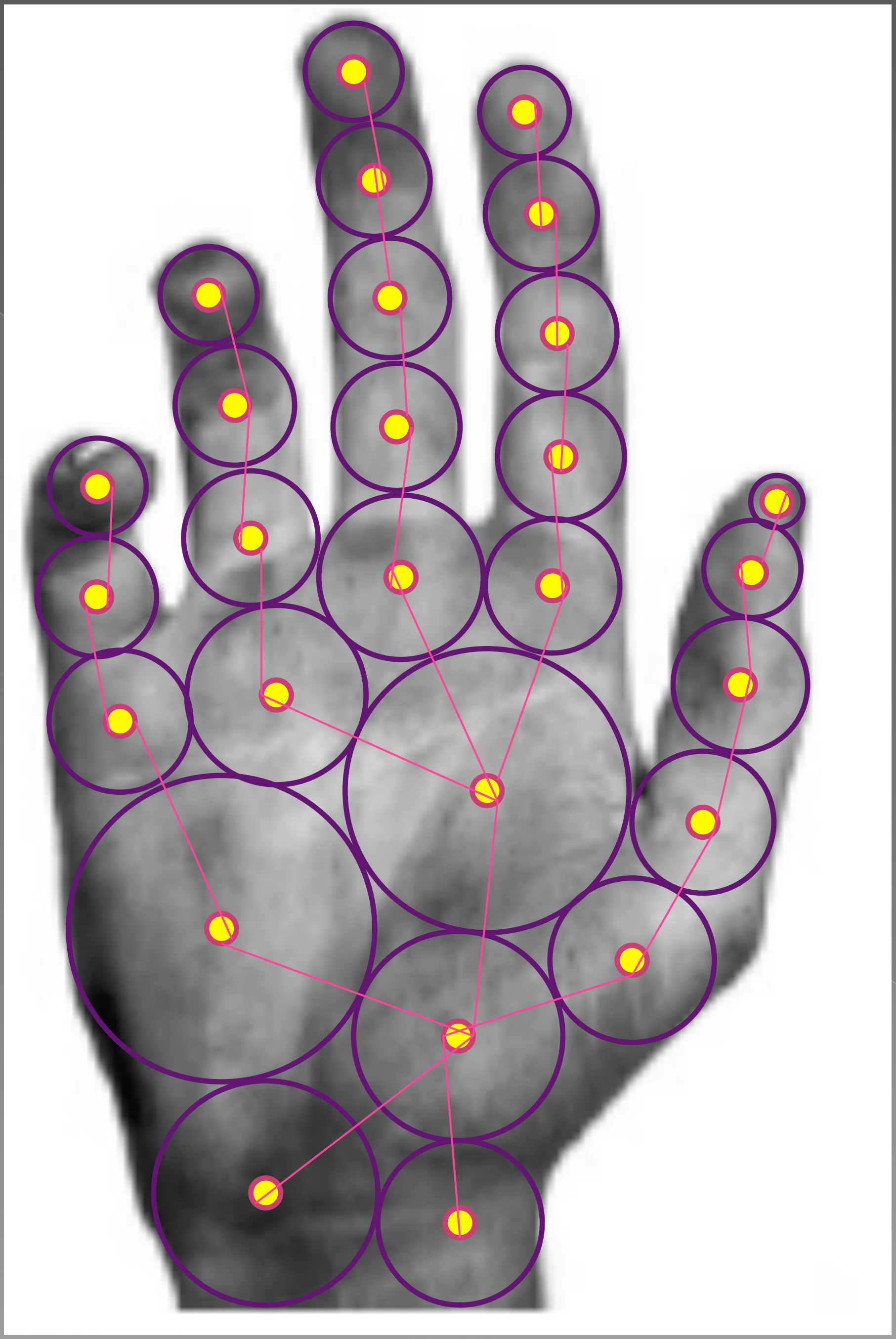
Dibuje el skeleton de las siguientes figuras siguiendo la definición de discos maximos y distancia medial, ¿qué puede concluir?





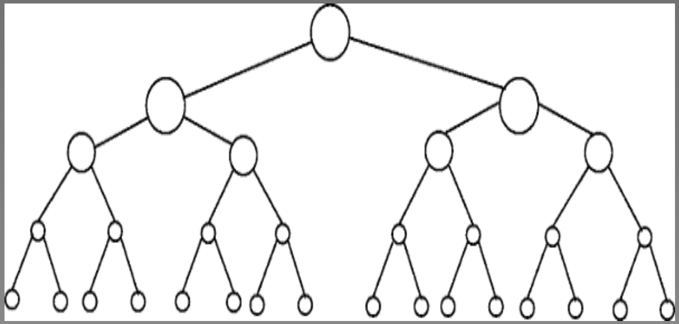

Signo Prohibido Original B/N Word
Blanco y negro
despega los 1 que estan solos
apertura de la imagen
erosiones, cerrados, pulidos, spur
esqueleto de la imagen





Es comun dividir los grafos de neuronas en las zonas apicales y basales y calcular su largo (ver figura), suponga que el árbol dendrítico es binario (con bifurcaciones en 45°), cada arco de largo l (de un total de n), y simétrico:

- ¿cuál será el largo de la zona apical?
- ¿cual será el ancho de esta zona?



Ruan et al. 2006, Neurosience.