Teoría de señales

SEÑALES ELECTROFISIOLÓGICAS

Señales

- Concepto:

Señales

- Concepto:

- *Las señales son magnitudes físicas o variables detectables mediante las que se pueden transmitir mensajes o información.*

Ejemplos de señales

- Voz
- Imágenes (fotografías, Rx, TAC, MRI, PET, volumétricas, microscopía confocal, video, etc)
- Ultrasonido
- Temperatura
- Radar
- Actividad geodésica
- Viento
- **Actividad eléctrica**

Naturaleza de las señales

Naturaleza de las señales

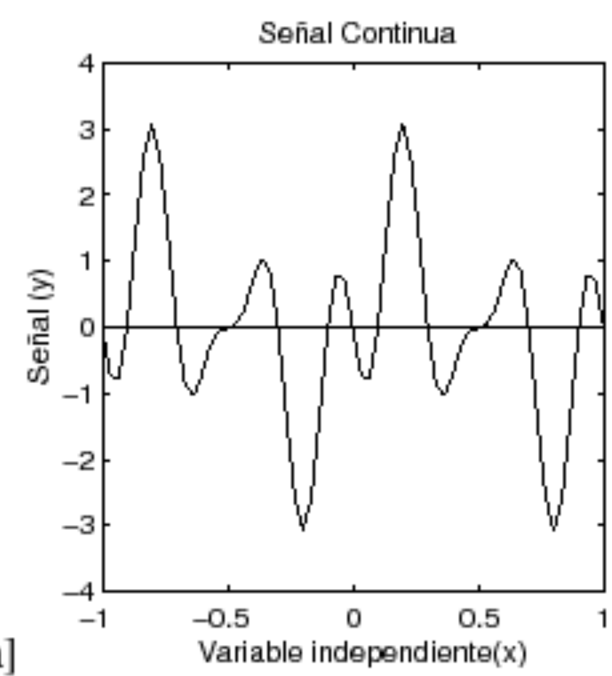
- Señales **continuas** (~ analógicas) y señales **discretas** (~digitales)

Naturaleza de las señales

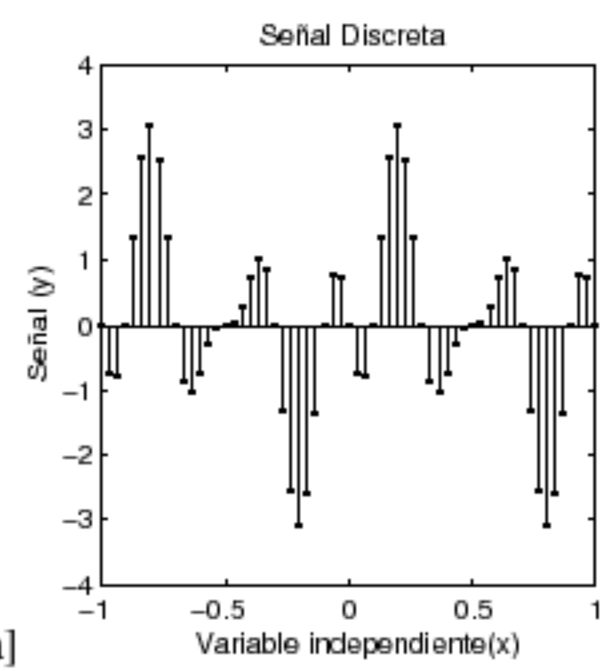
- Señales **continuas** (~ analógicas) y señales **discretas** (~digitales)

Naturaleza de las señales

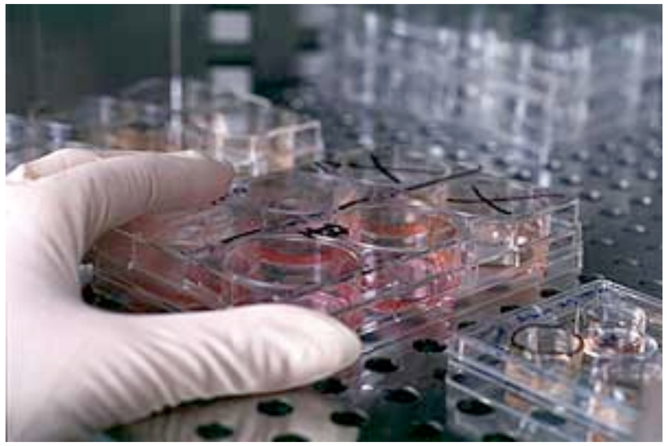
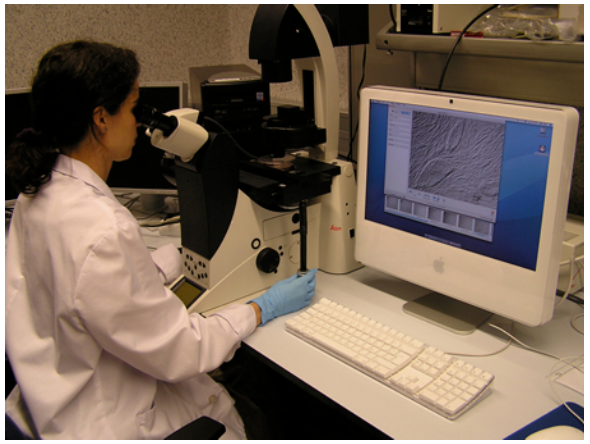
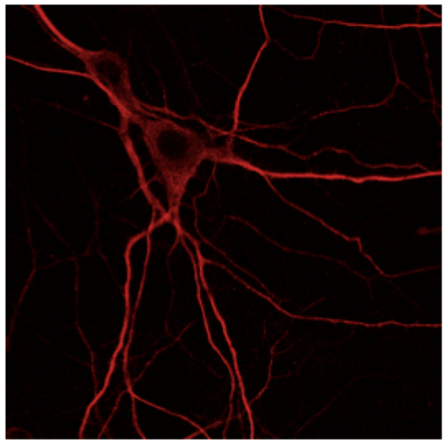
- Señales **continuas** (~ analógicas) y señales **discretas** (~digitales)



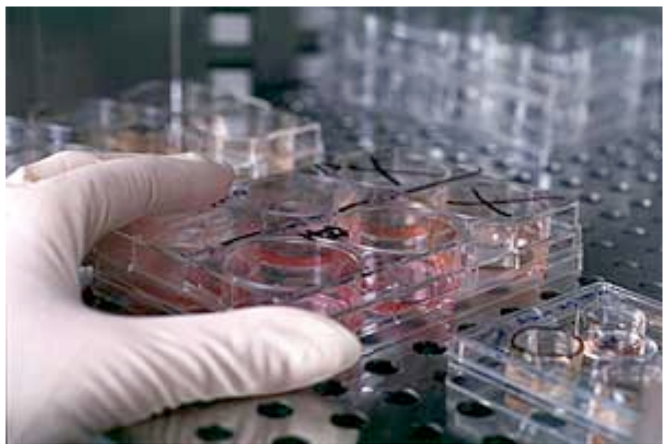
[Señal continua]



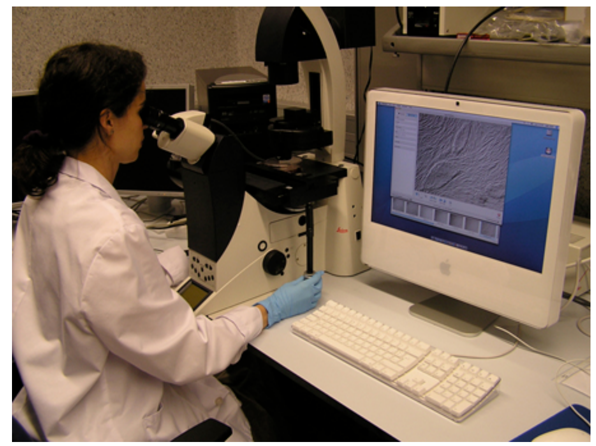
[Señal discreta]

Señal en el mundo continuo	Discretización (muestreo)	Señal en el mundo discreto
		

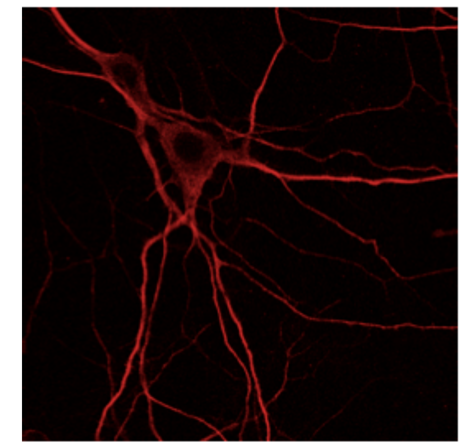
Señal en el mundo continuo | Discretización (muestreo) | Señal en el mundo discreto



→



→



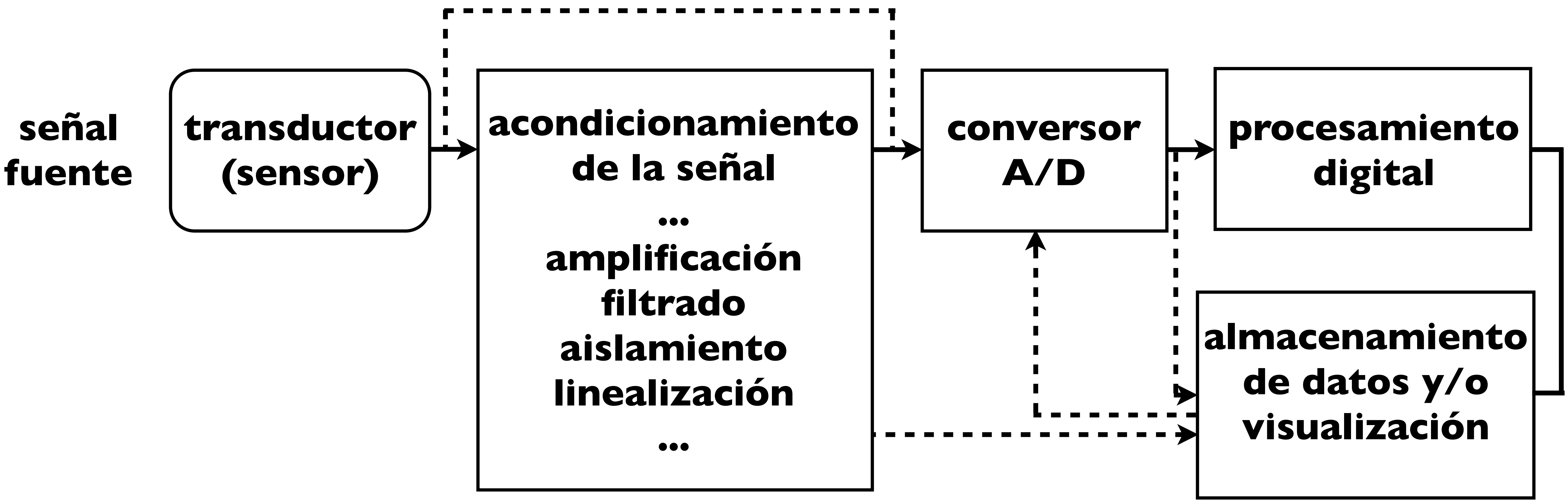
→

→

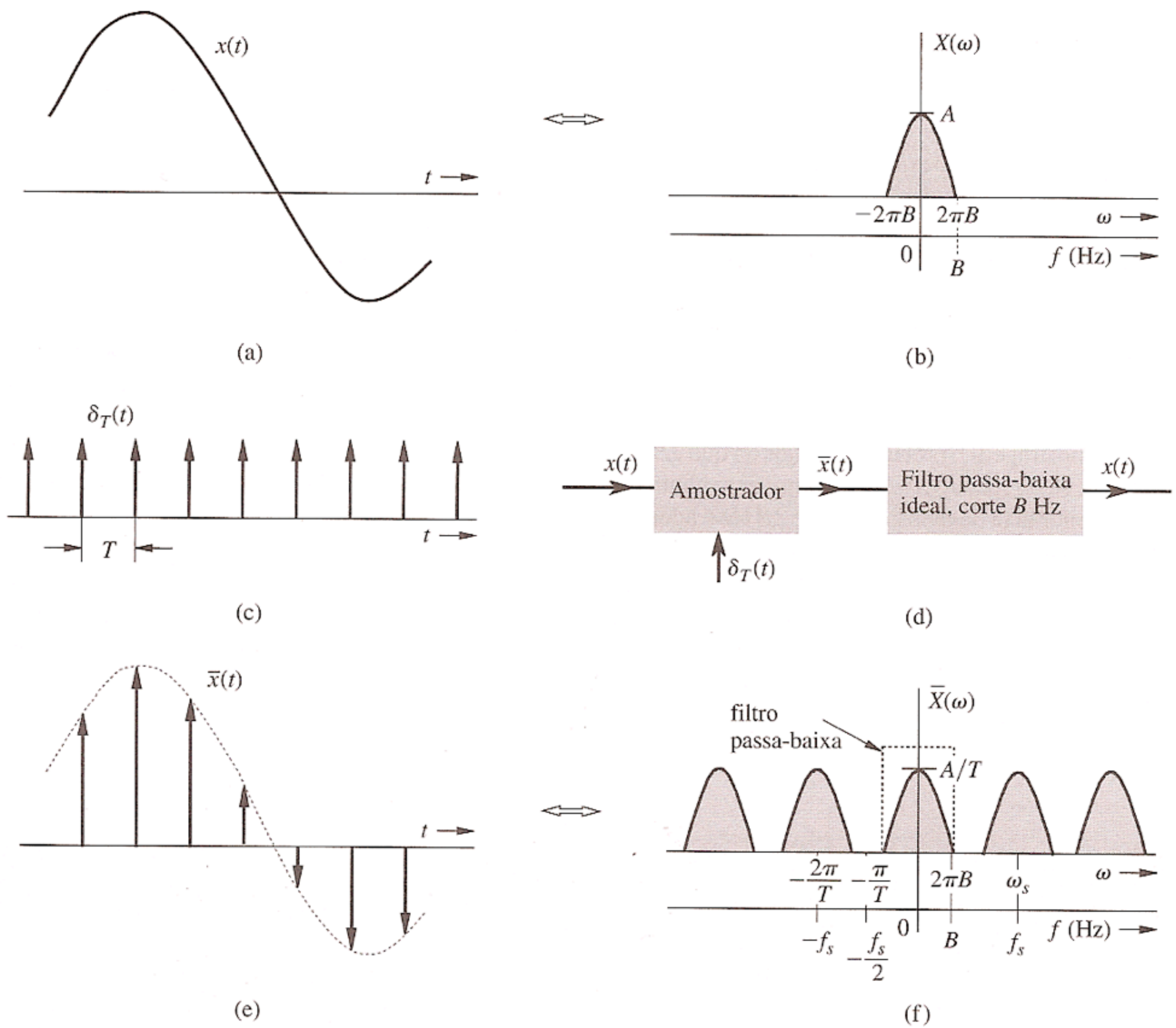
Transformación entre el mundo continuo y discreto

- Conversión Análogo-Digital (CAD)
- Teoría de muestreo

Adquisición, conversión A/D y almacenamiento



Conversión A/D

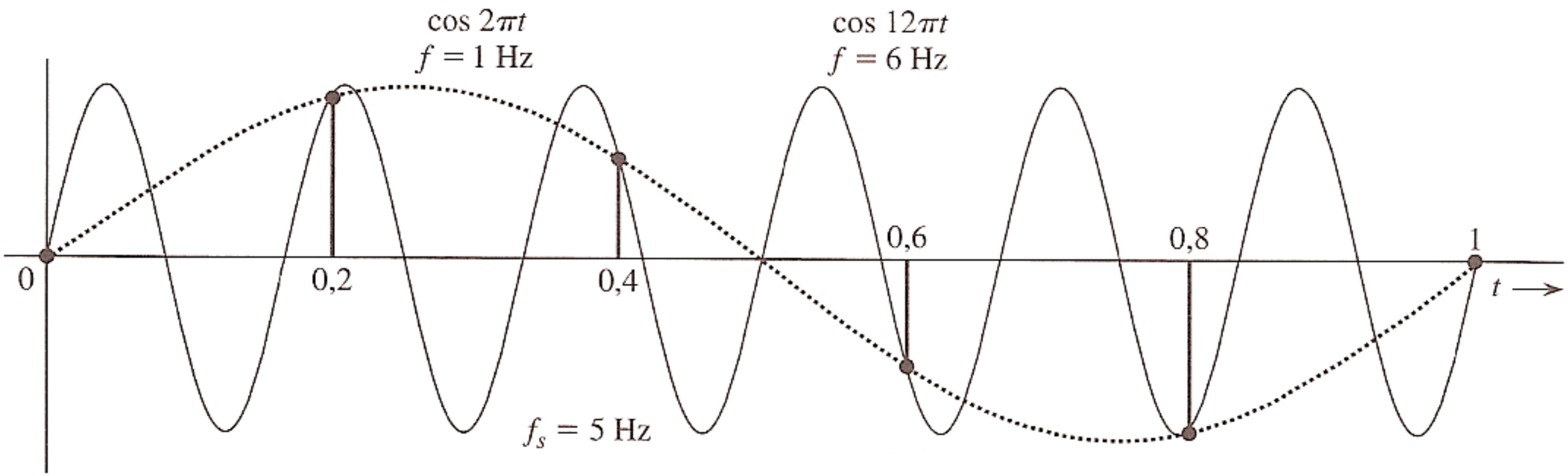


Teorema del muestreo

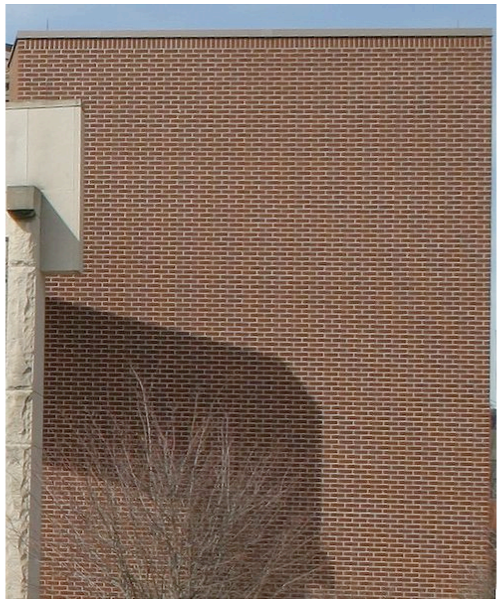
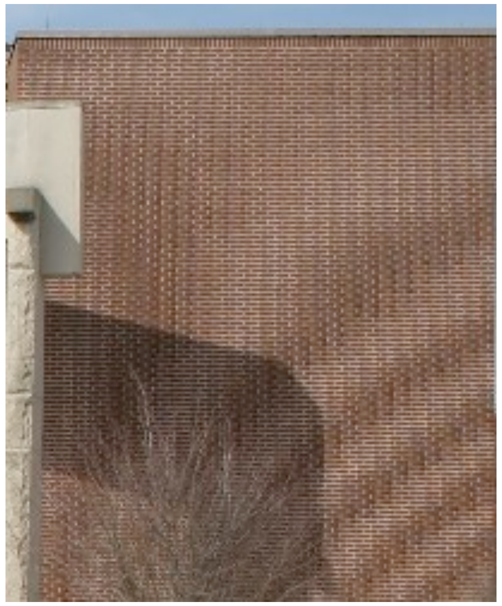
Nyquist

Una señal real cuyo espectro es limitado en banda a *B* Hz [$X(w) = 0$ para $|w| > 2 \pi B$] puede ser reconstruido exactamente (sin ningún error) a partir de sus muestras tomadas uniformemente a una frecuencia de $\boldsymbol{f_s > 2B}$ muestras por segundo.

Error en el muestreo (*fs*< 2*B*) '*aliasing*'



Aliasing. Ejemplos

	Imágenes	Video	Música
Muestreo correcto			http://www.academicearth.org/lectures/aliasing-demonstration-with-music
Muestreo a fs < 2B		helicóptero	

Por lo tanto:

- para reconstruir *x(t)* a partir de *x'(t)*, se debe cumplir que:

$$f_s > 2B$$

- como el intervalo de muestreo es T = 1/fs,

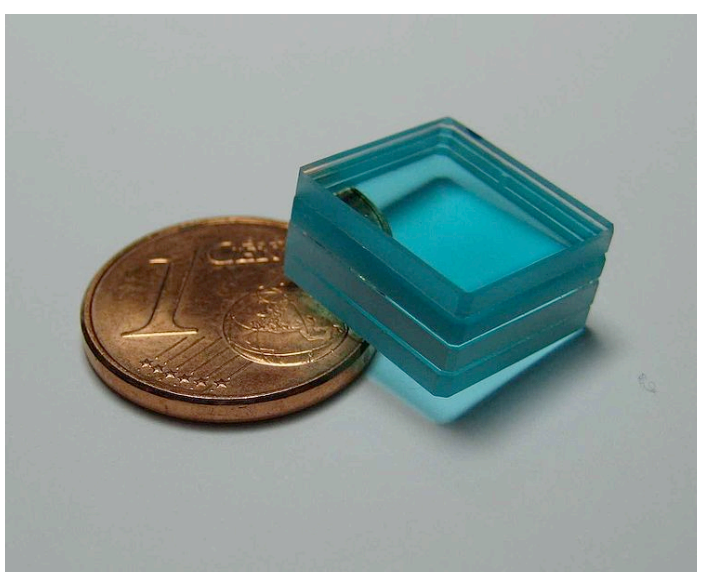
$$T < \frac{1}{2B}$$

Ojo:

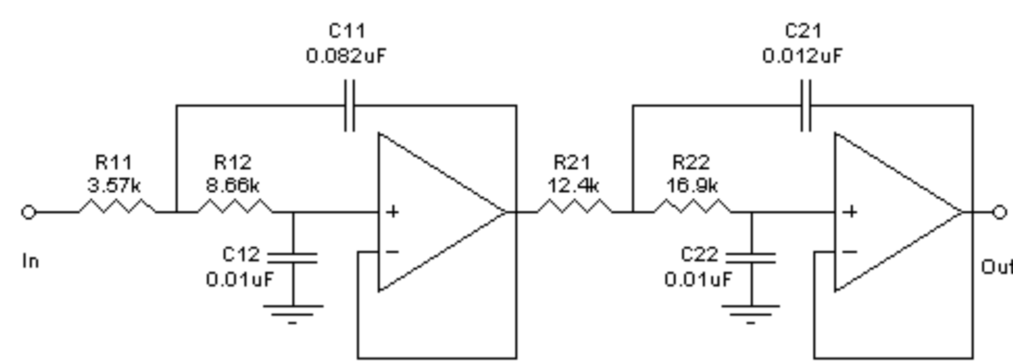
- Las señales reales tienen una duración finita y muchas veces su contenido en frecuencia no tiene un límite superior ... Se deben usar filtros de entrada ‘antialiasing’

Ojo:

- Las señales reales tienen una duración finita y muchas veces su contenido en frecuencia no tiene un límite superior ... Se deben usar filtros de entrada 'antialiasing'



Filtro pasa-bajo de una cámara de video digital

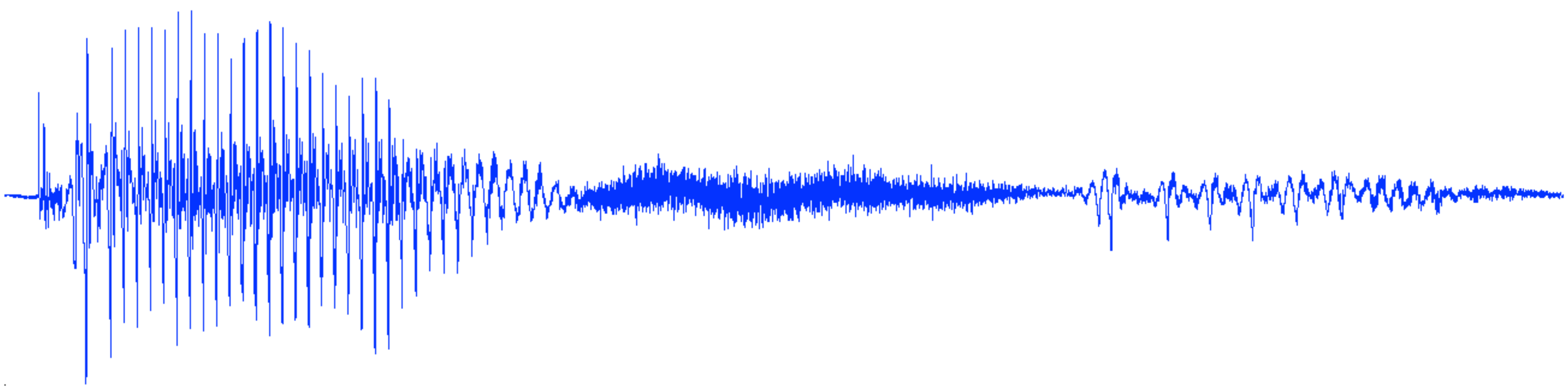


Filtro pasa-bajo analógico tipo Butterworth

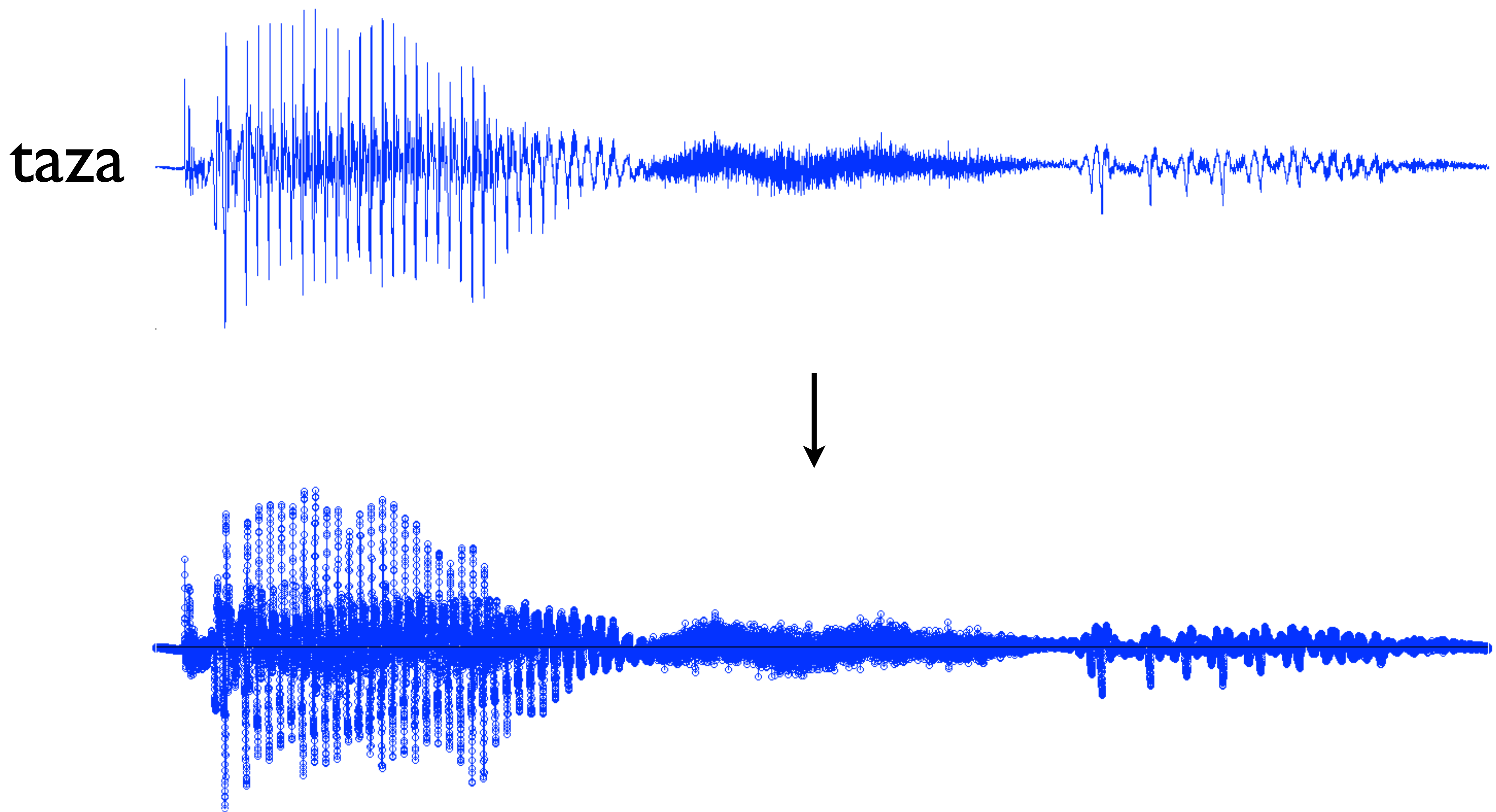
Conversión entre el mundo continuo y discreto

Conversión entre el mundo continuo y discreto

taza



Conversión entre el mundo continuo y discreto

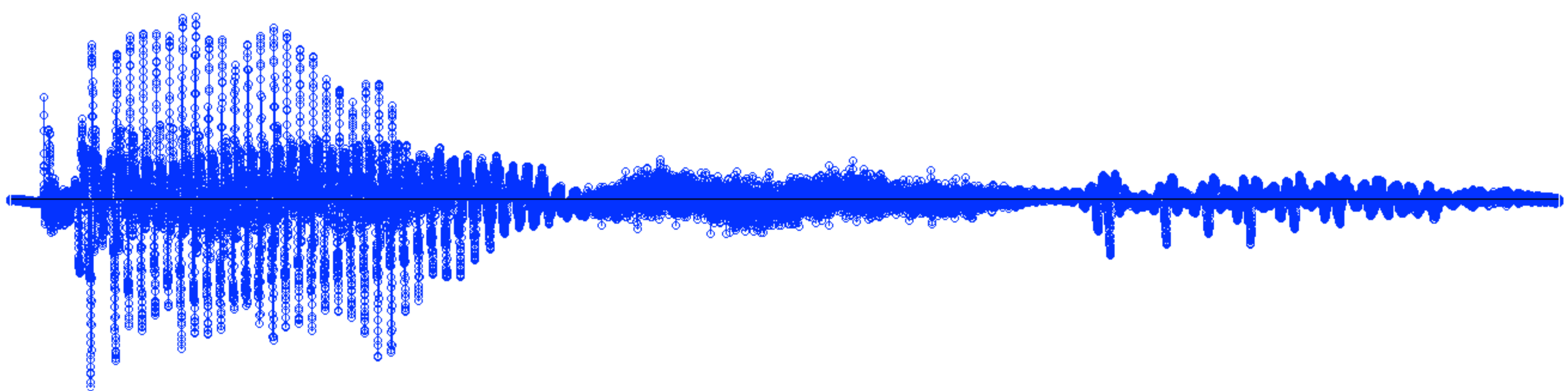


Propiedades de la conversión A/D

Frecuencia de muestreo

Propiedades de la conversión A/D

Frecuencia de muestreo



Cantidad de muestras que tomo por unidad de la variable independiente [tiempo, espacio, etc] (Hz, pixeles, etc.)

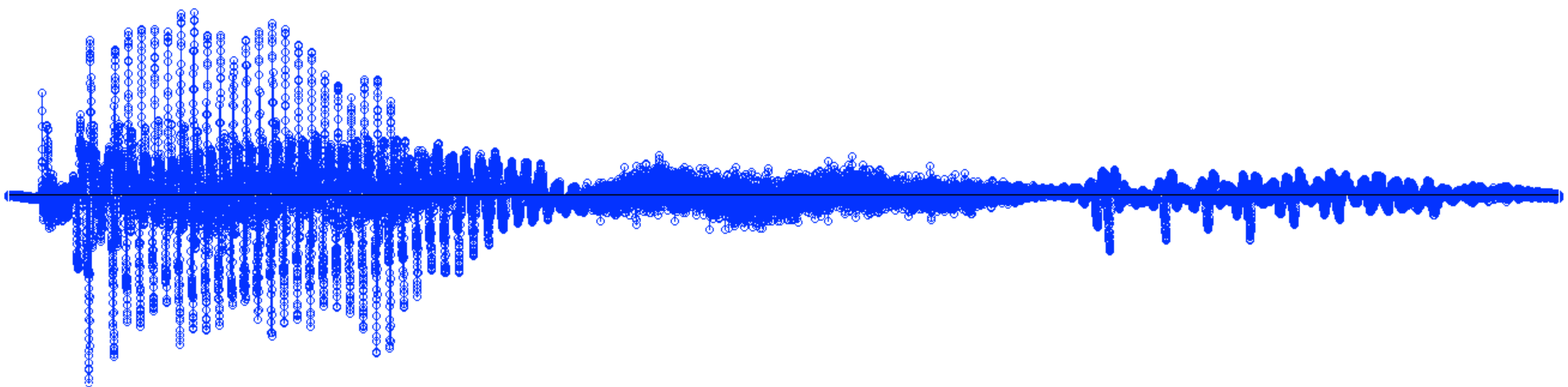
Teorema de Nyquist

Propiedades de la conversión A/D

Precisión

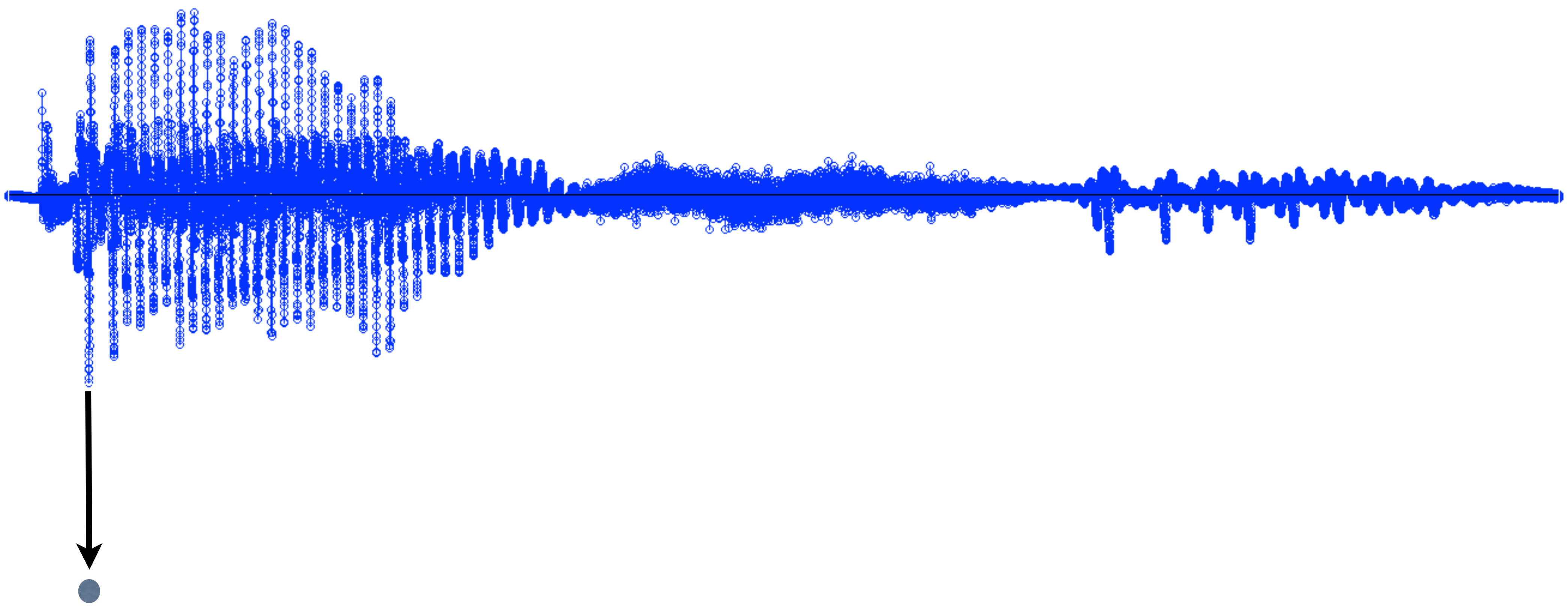
Propiedades de la conversión A/D

Precisión



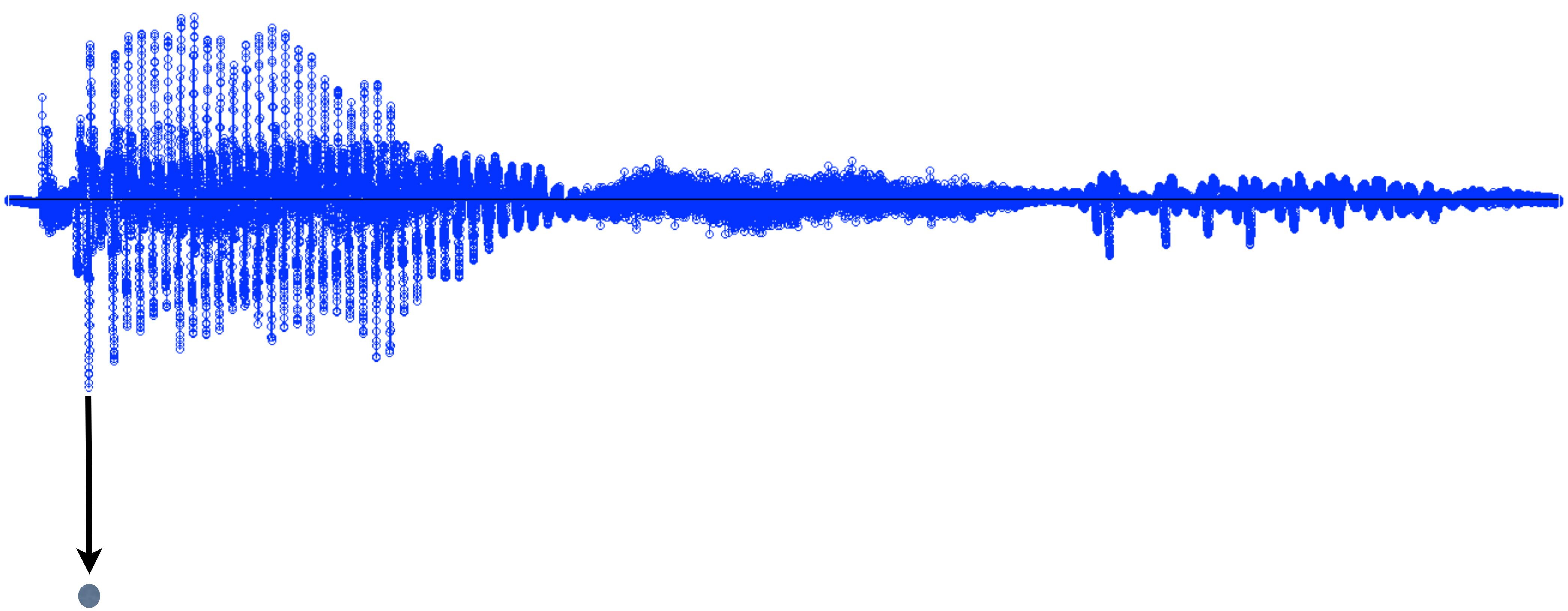
Propiedades de la conversión A/D

Precisión



Propiedades de la conversión A/D

Precisión



Propiedades de la conversión A/D

Precisión

-

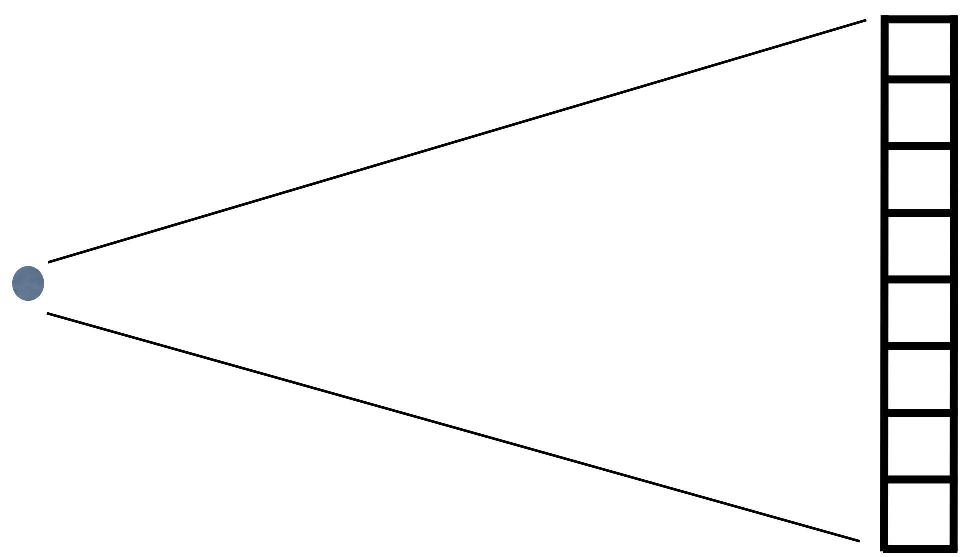
Propiedades de la conversión A/D

Precisión

•

Propiedades de la conversión A/D

Precisión



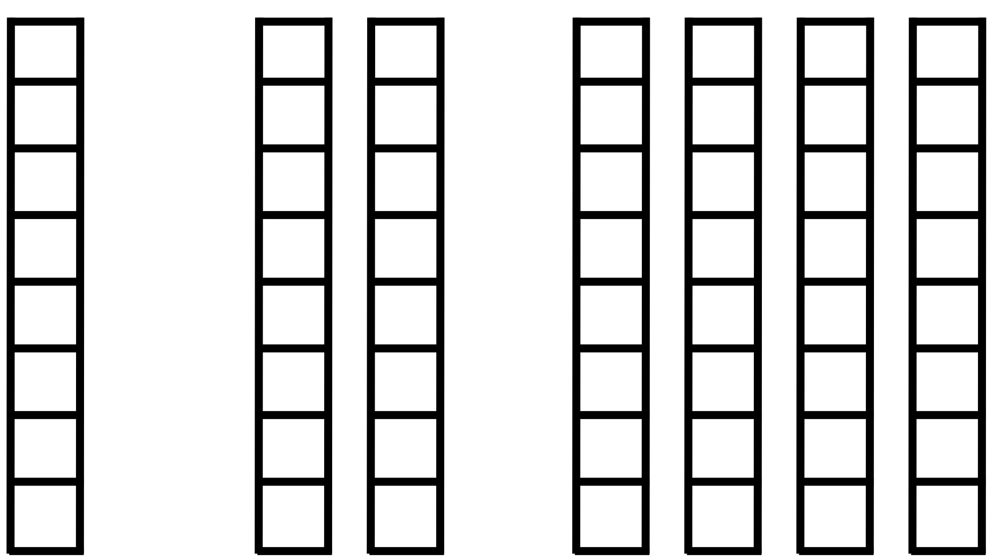
Bits de adquisición

Propiedades de la conversión A/D

Precisión

Bits de adquisición

8 bits (1 byte)	16 bits (2 bytes)	32 bits (4 bytes)



256 valores	65536 valores	4.2950e+09 valores

0.00001233862713 0.00001233862804 0.00001233862895 0.00001233862986 ⋮	spacing = 0.00000000000091 *(1 part in 13 million)*
1.000000000 1.000000119 1.000000238 1.000000358 ⋮	spacing = 0.000000119 *(1 part in 8 million)*
1.996093750 1.996093869 1.996093988 1.996094108 ⋮	spacing = 0.000000119 *(1 part in 17 million)*
636.0312500 636.0313110 636.0313720 636.0314331 ⋮	spacing = 0.0000610 *(1 part in 10 million)*
217063424.0 217063440.0 217063456.0 217063472.0	spacing = 16.0 *(1 part in 14 million)*

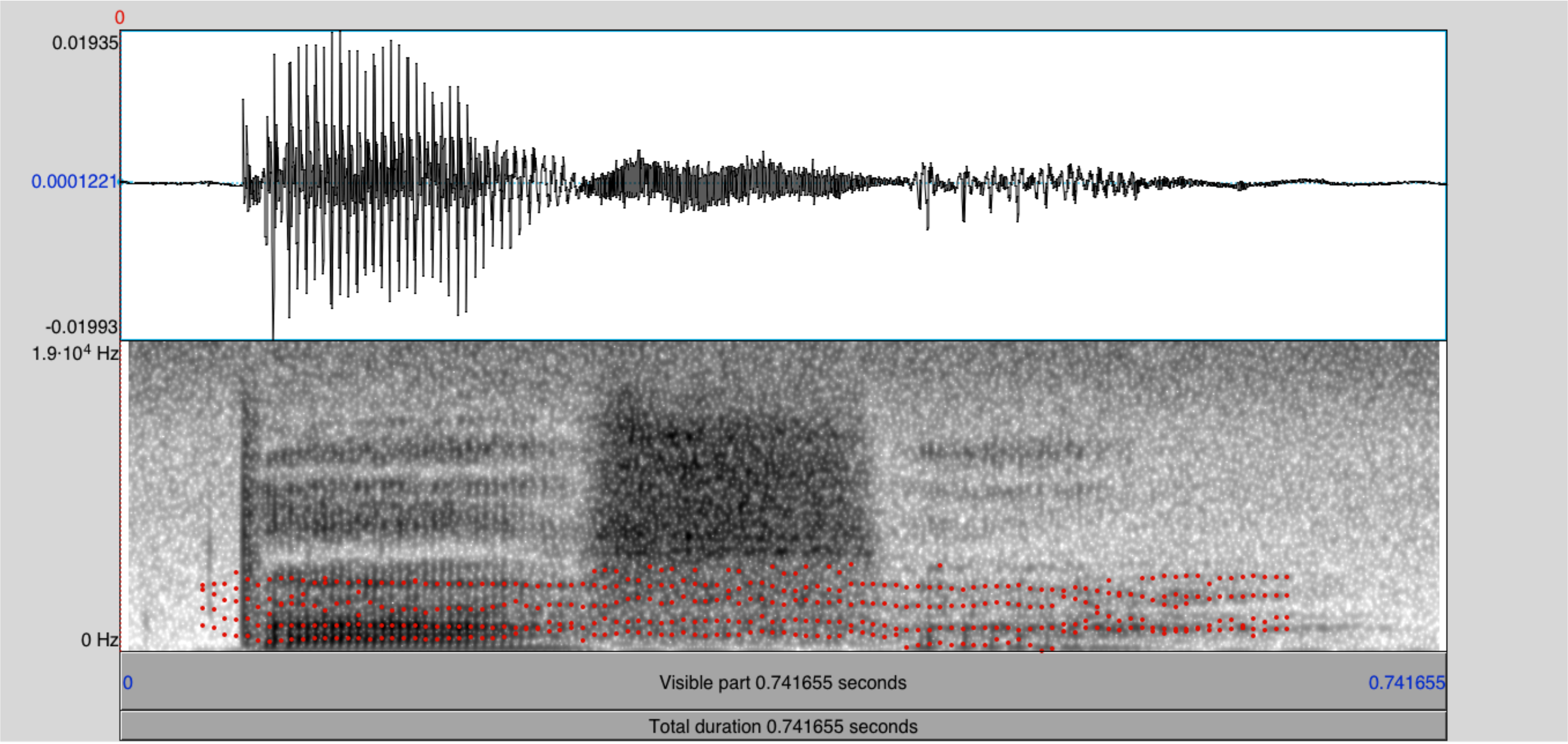
Rango de codificación
(espacio entre valores)

¿De qué dependen las propiedades de muestreo?

¿De qué dependen las propiedades de muestreo?

- 1) De las características naturales de la señal adquirida
- 2) De la información que quiero conservar de la señal original

Propiedades espectrales de la señal



Rango de componentes en frecuencia que contiene una señal

Señal muestreada a 44.100 Hz y 16 bits de precisión

¿De qué dependen las propiedades de muestreo?

¿De qué dependen las propiedades de muestreo?

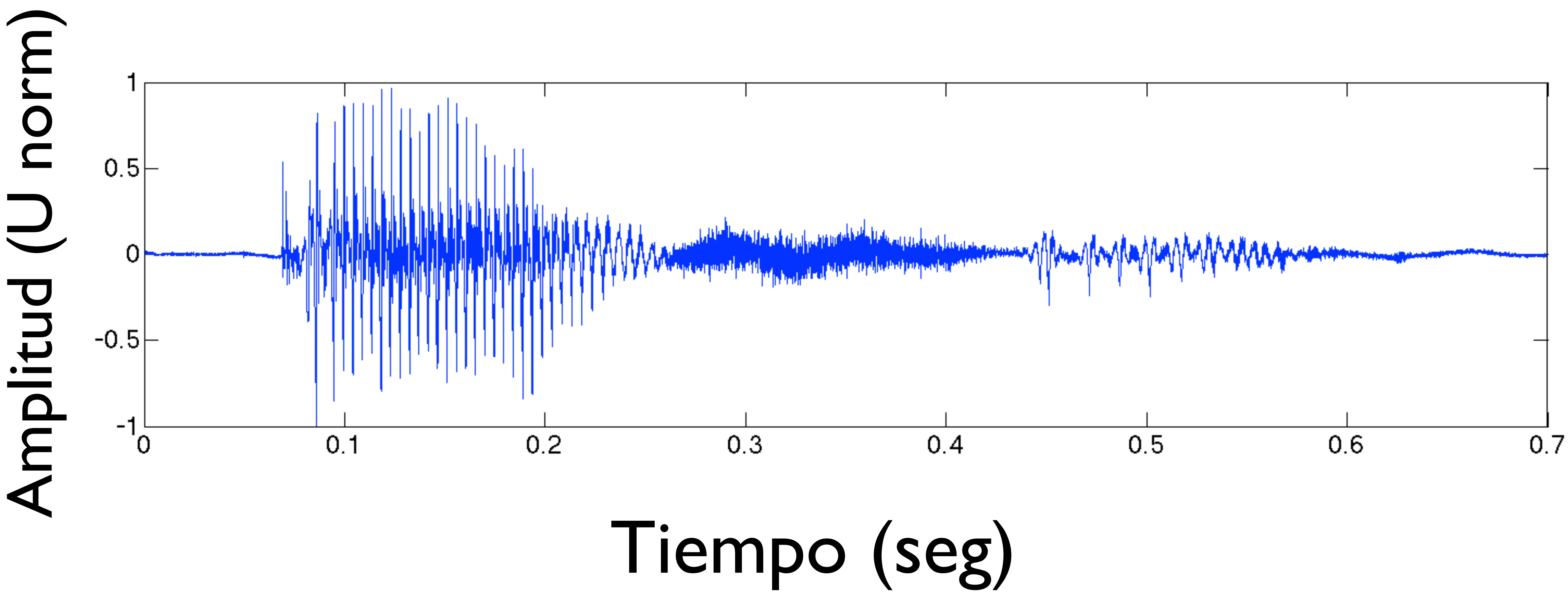
- Debo tener **conocimiento *a priori*** de las características de mi señal de interés

Representación de señales

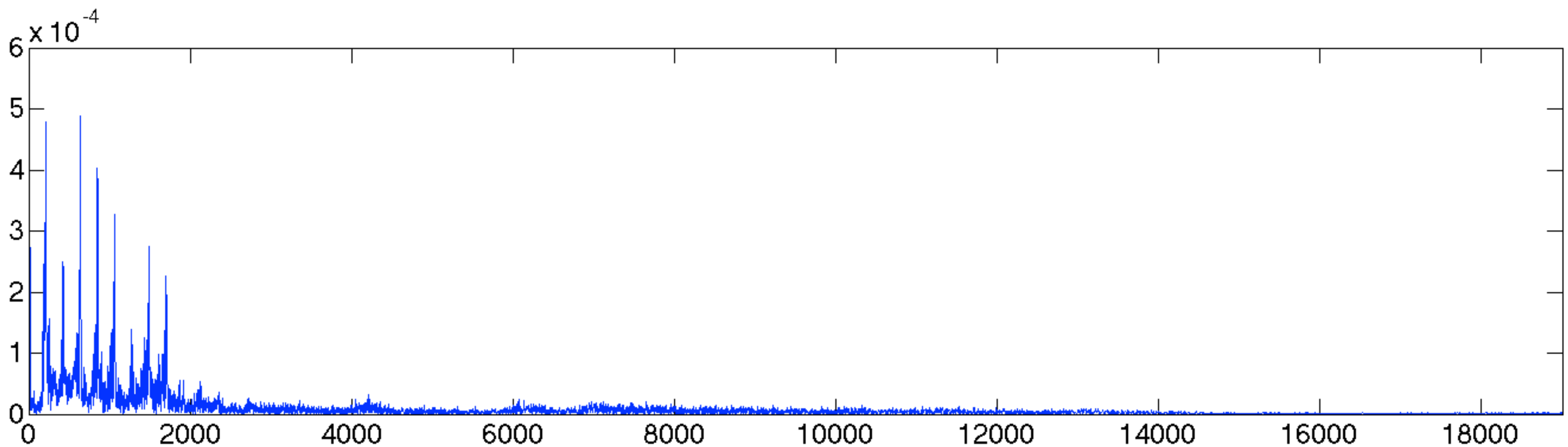
- **Elección de la variable independiente:**

- -Señales en el *dominio* (función) del tiempo
- -Señales en el *dominio* (función) de la frecuencia
- -Señales en el *dominio* del tiempo y la frecuencia

Señal en el dominio del tiempo



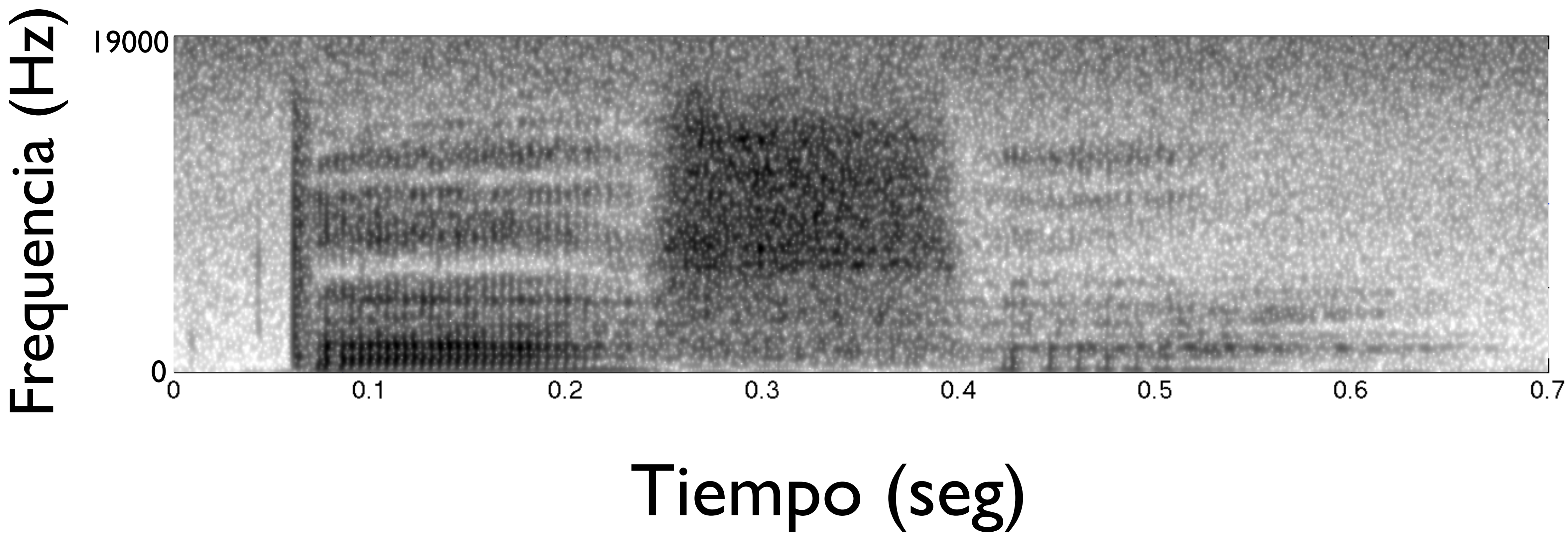
Señal en el dominio de la frecuencia



Amplitud del espectro |Y(t)|

Frequencia (Hz)

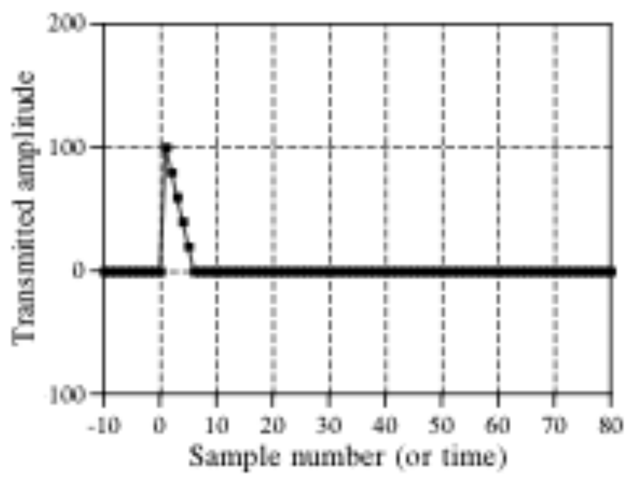
Señal en el dominio del tiempo y la frecuencia

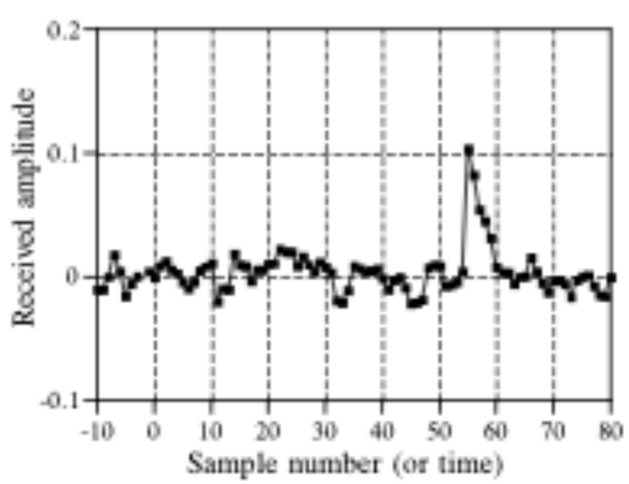


Análisis espectral

Correlación

Dadas dos señales:

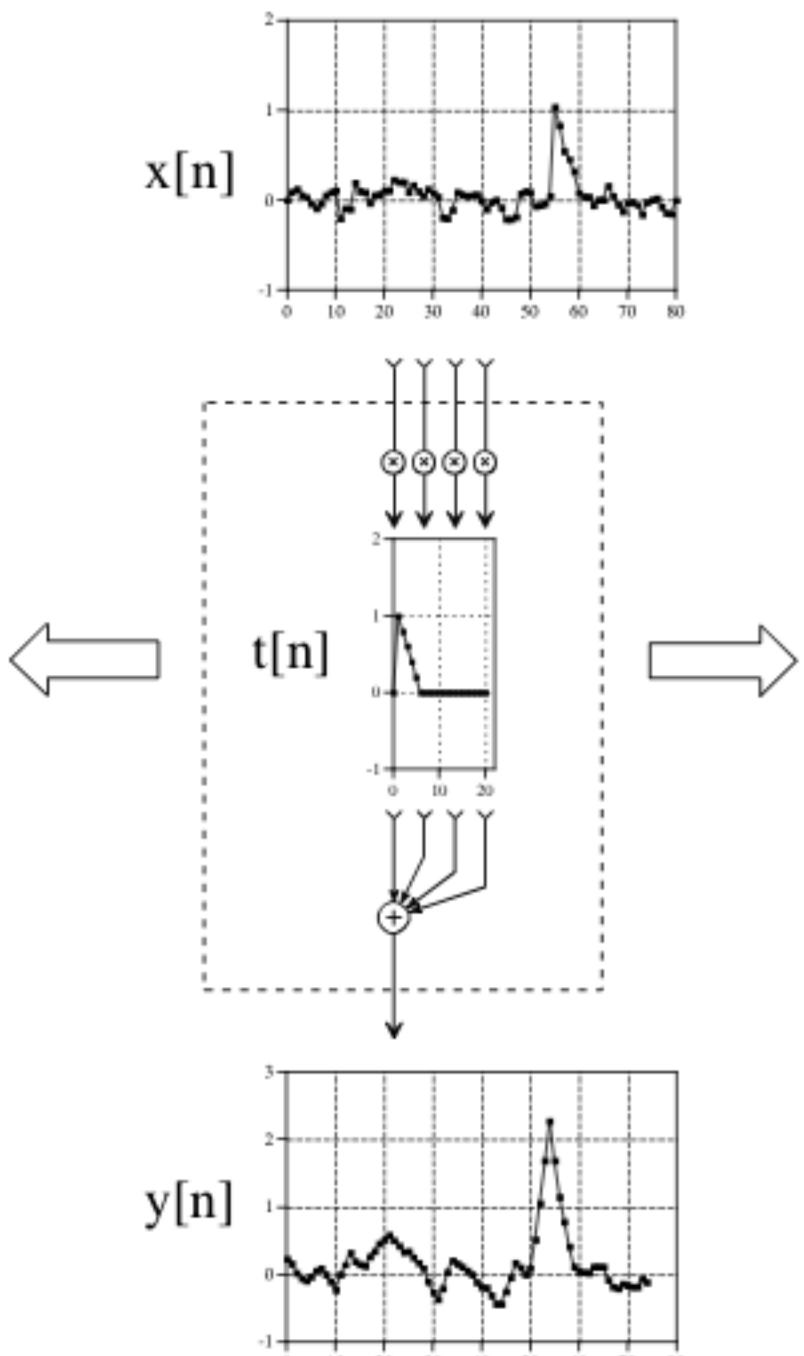




Problema:

Dada una señal de forma conocida, ¿Cual es la forma mejor forma de determinar si la misma señal está -y dónde- contenida en otra señal?
En otras palabras: ¿cuanto y dónde se parece una señal a otra?

Correlación



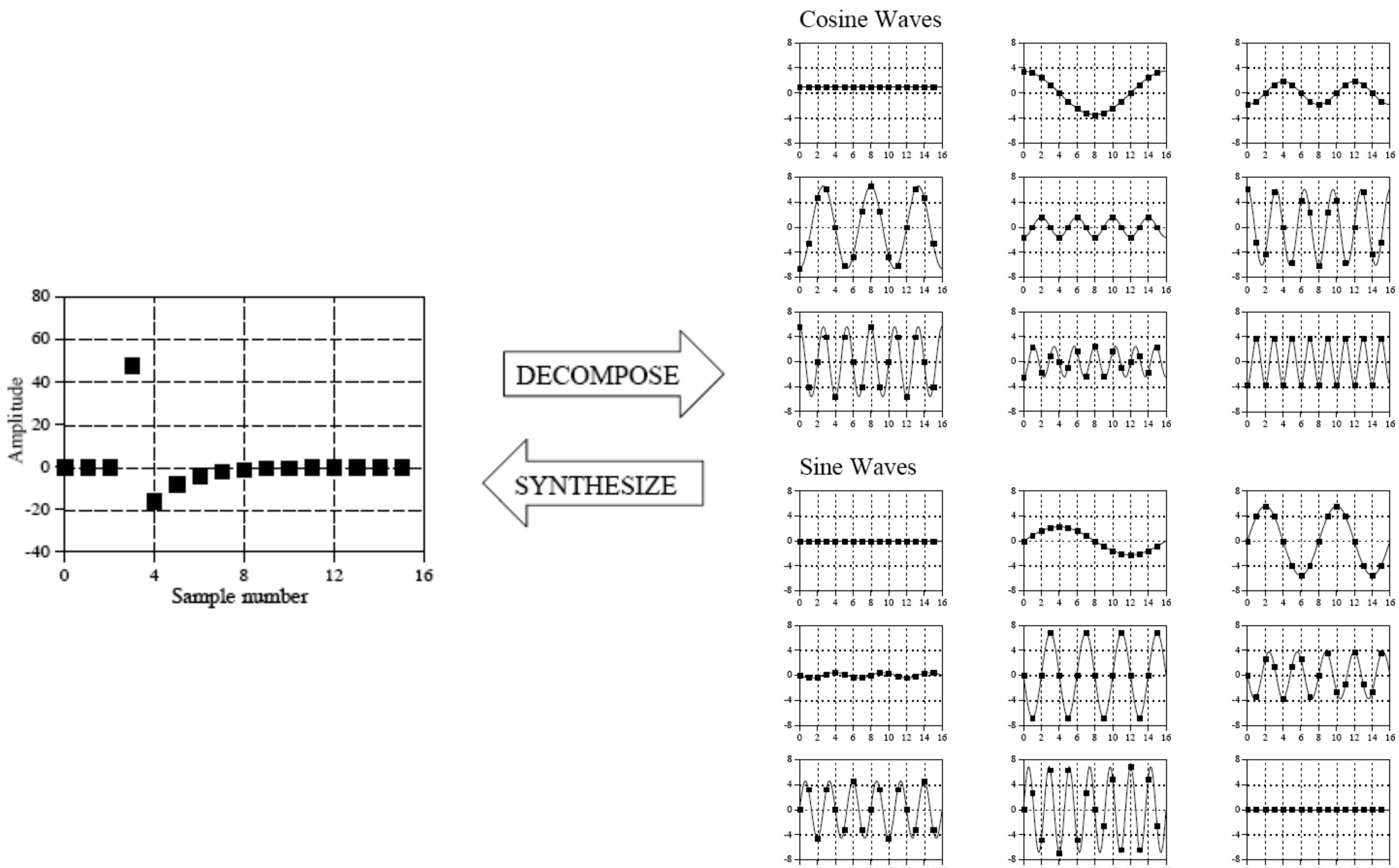
$$y[n] = \sum_{n=1}^{N} x[n]t[n-\tau]$$

Análisis espectral

- **Fourier**

- Es una familia de técnicas matemáticas, basadas en la descomposición de señales *en sinusoides*.
- Trabajar con señales que son más fáciles de manejar matemáticamente que la señal original.

Fourier

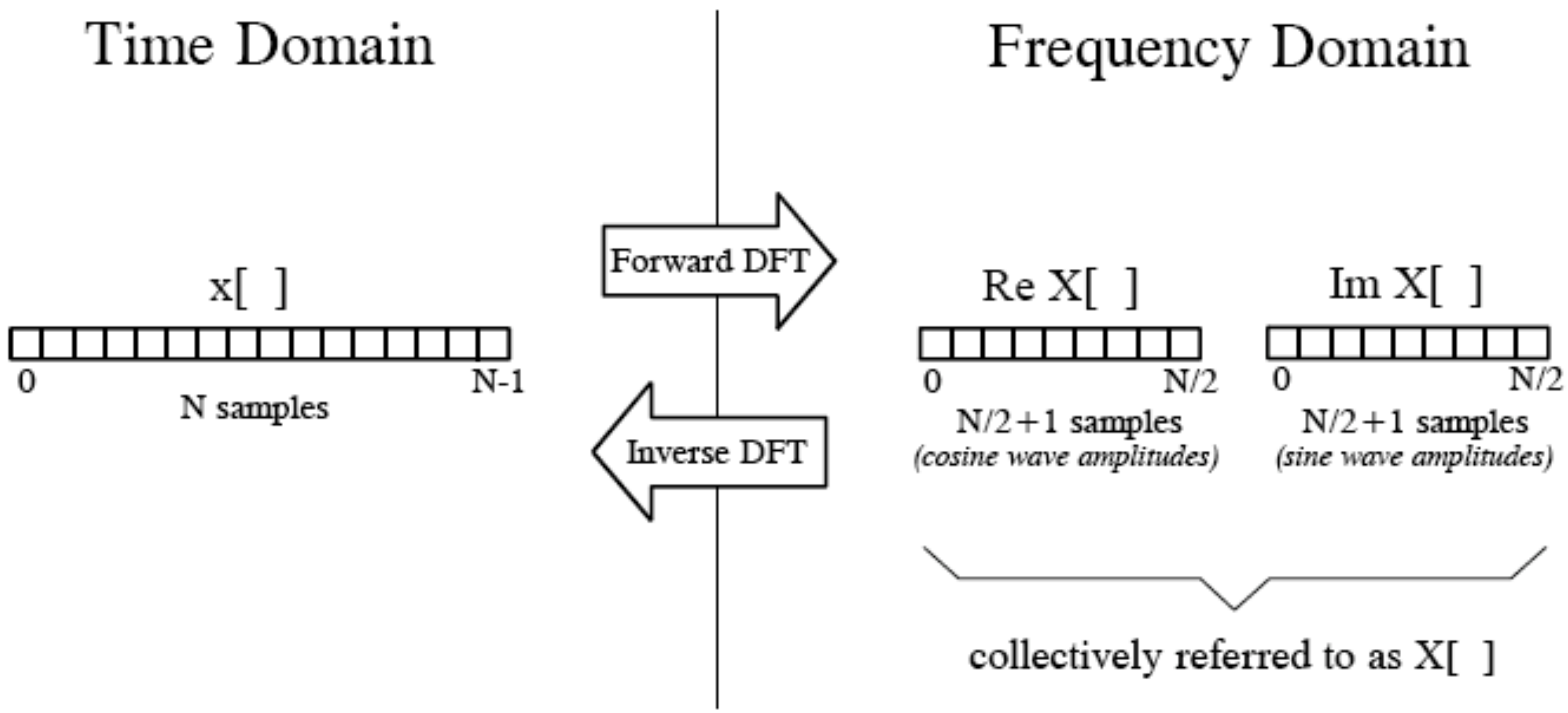


Amplitude
Sample number
DECOMPOSE
SYNTHESIZE
Cosine Waves
Sine Waves

Fourier

- Transforma una señal de entrada de *N* puntos en dos señales de salida de *N/2+1* puntos.
- La señal de entrada contiene la señal que será descompuesta (dominio del tiempo), mientras que las dos señales de salida contienen las amplitudes de los senos y cosenos que la componen (dominio de la frecuencia).

Fourier


Time Domain
Frequency Domain
Forward DFT
Inverse DFT
x[ ]
0
N-1
N samples
Re X[ ]
0
N/2
N/2+1 samples
(cosine wave amplitudes)
Im X[ ]
0
N/2
N/2+1 samples
(sine wave amplitudes)
collectively referred to as X[ ]

Funciones base de la transformada de Fourier

EQUATION 8-1
Equations for the DFT basis functions. In these equations, $c_k[i]$ and $s_k[i]$ are the cosine and sine waves, each N points in length, running from $i = 0$ to $N-1$. The parameter, k, determines the frequency of the wave. In an N point DFT, k takes on values between 0 and $N/2$.

$$c_k[i] = \cos(2\pi ki/N)$$

$$s_k[i] = \sin(2\pi ki/N)$$

Ecuaciones de la transformación de Fourier

- Perspectiva de la correlación

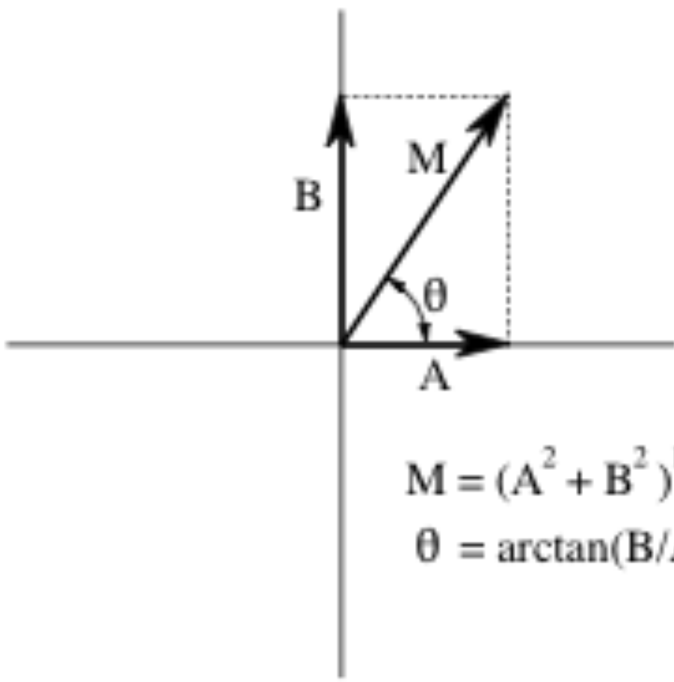
EQUATION 8-4
The analysis equations for calculating the DFT. In these equations, $x[i]$ is the time domain signal being analyzed, and $ReX[k]$ & $ImX[k]$ are the frequency domain signals being calculated. The index i runs from 0 to $N-1$, while the index k runs from 0 to $N/2$.

$$ReX[k] = \sum_{i=0}^{N-1} x[i] \cos(2\pi k i / N)$$

$$ImX[k] = -\sum_{i=0}^{N-1} x[i] \sin(2\pi k i / N)$$

Representación cartesiana y polar

FIGURE 8-9
Rectangular-to-polar conversion. The addition of a cosine wave and a sine wave (of the same frequency) follows the same mathematics as the addition of simple vectors.



$$M = (A^2 + B^2)^{1/2}$$
$$\theta = \arctan(B/A)$$

EQUATION 8-6
Rectangular-to-polar conversion. The rectangular representation of the frequency domain, $ReX[k]$ and $ImX[k]$, is changed into the polar form, $MagX[k]$ and $PhaseX[k]$.

$$MagX[k] = (ReX[k]^2 + ImX[k]^2)^{1/2}$$

$$PhaseX[k] = \arctan\left(\frac{ImX[k]}{ReX[k]}\right)$$

EQUATION 8-7
Polar-to-rectangular conversion. The two arrays, $MagX[k]$ and $PhaseX[k]$, are converted into $ReX[k]$ and $ImX[k]$.

$$ReX[k] = MagX[k]\ \cos(PhaseX[k])$$

$$ImX[k] = MagX[k]\ \sin(PhaseX[k])$$

Relación de Euler

EQUATION 30-11
Euler's relation. This is a key equation for using complex numbers in science and engineering.

$$e^{jx} = \cos x + j \sin x$$

Representación compleja de sinusoides

$$A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) \quad \rightleftarrows \quad a + jb$$

(conventional representation) *(complex number)*

$$M\cos(\omega t + \phi) \quad \rightleftarrows \quad Me^{j\theta}$$

(conventional representation) *(complex number)*

Ecuación de Fourier

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\ e^{-2\pi i x \xi}\,dx$$